Joannes Emmanuel
Episcopus Botrensis
Auxiliaris Toletanus
Matriti.

EVCLIDIS ELEMENTORVM LIBRI XV. GRAEcè & Latinè,

Quibus, cùm ad omnem Mathematicæ scientiæ partem, tùm ad quamlibet Geometriæ tractationem, facilis comparatur aditus.

Ἐπίγραμμα παλαιόν.

Σχήματα πέντε Πλάτωνος, ἃ Πυθαγόρας σοφὸς εὗρε.
Πυθαγόρας σοφὸς εὗρε, Πλάτων δ' ἀρίδηλ' ἐδίδαξεν,
Εὐκλείδης ἐπὶ τοῖσι κλέος περικαλλὲς ἔτευξεν.

IN ME MORS,

IN ME VITA.

PARISIIS, M.

Apud Hieronymum de Marnef, & Gulielmum Cauellat, sub Pellicano, monte D. Hilarij.

1573.

97

AD CANDIDVM LECTOREM ST. GRACILIS PRAEFATIO.

PERMAGNI referre semper existimaui, lector beneuole, quantum quisque studij & diligentiæ ad percipienda scientiarum elemẽta adhibeat, quibus non satis cognitis, aut perperam intellectis, si vel digitum progredi tentes, erroris caliginem animis offundas, nõ veritatis lucem rebus obscuris adferas. Sed principiorum quãta sint in disciplinis momenta, haud facilè credat, qui rerum naturam ipsa specie, non viribus metiatur. Vt enim corporum quæ oriuntur & intereunt, vilissima tenuissimáque videntur initia: ita rerum æternarum & admirabilium, quibus nobilissimæ artes continẽtur, elementa ad speciem sunt exilia, ad vires & facultatem quàm maxima. Quis non videt ex fici tantulo grano, vt ait Tullius, aut ex acino vinaceo, aut ex cæterarum frugum aut stir-

pium minutissimis seminibus tantos truncos ramósque procreari? Nam Mathematicorũ initia illa quidem dictu auditúque perexigua, quãtam theorematum syluam nobis pepererunt? Ex quo intelligi potest, vt in ipsis seminibus, sic & in artium principiis inesse vim earum rerum, quæ ex his progignuntur. Præclarè igitur Aristoteles, vt alia permulta, μέγιστον ἴσως ἀρχὴ παντός, καὶ ὅσῳ κράτιστον τῇ δυνάμει, τοσούτῳ μικρότατον ὂν τῷ μεγέθει, χαλεπόν ἐστιν ὀφθῆναι. Quocirca committendum non est, vt non bene prouisa & diligenter explorata scientiarum principia, quibus propositarum quarumque rerum veritas sit demonstranda, vel constituas, vel constituta approbes. Cauendum etiam, vt ne tantulum quidem fallaci & captiosa interpretatione turpiter deceptus, à vera principiorum ratione temere deflectas. Nam qui initio fortè aberrauerit, is vt tandem in maximis versetur erroribus necesse est: cùm ex vno erroris capite densiores sensim tenebræ rebus clarissimis obducantur. Quid tam varias veterum physiologorum sententias non modò cum rerum veritate pugnantes, sed vehemẽter etiam inter se dissentiẽtes nobis inuexit? Equidem haud scio fueritne vlla potior tanti dissidij causa, quam quòd ex principiis partim falsis partim nõ consentaneis du-

ctas rationes probando adhiberent. Fit enim plerunque, vt qui non rectè de artium rerúmque elementis sentiunt, ad præfinitas quasdam opiniones suas omnia reuocare studeant. Pythagorei, vt meminit Aristoteles, cùm denarij numeri summam perfectionem cælo tribuerent, nec plures tamen quàm nouem sphæras cernerent, decimam affingere ausi sunt terræ aduersam, quam ἀντίχθονα appellarunt. Illi enim vniuersitatis rerúmque singularũ naturam ex numeris ceu principiis æstimantes, ea protulerunt quæ φαινομένοις congruere nusquam sunt cognita. Nam ridicula Democriti, Anaximenis, Melissi, Anaxagoræ, Anaximandri, & reliquorum id genus physiologorum somnia, ex falsis illa quidem orta naturæ principiis, sed ad Mathematicum nihil aut parum spectantia, sciens prætereo. Nonnullos attingam, qui repetitis altiùs, vel aliter ac decuit positis rerum initiis, cùm in physicis multa turbarunt, tùm Mathematicos oppugnatione principiorum pessimè mulctarunt. Ex planis figuris corpora constituit Timæus: Geometrarũ hîc quidem principia cuniculis oppugnantur. Nam & superficies seu extremitates crassitudinem habebunt, & lineæ latitudinem: denique puncta nõ erunt indiuidua, sed linearum partes. Prædicant

Democritus atque Leucippus illas atomos suas, & indiuidua corpuscula. Concedit Xenocrates impartibiles quasdā magnitudines. Hic verò Geometriæ fundamenta apertè petuntur, & funditus euertuntur: quibus dirutis nihil equidem aliud video restare, quàm vt amplissima Mathematicorum theatra repente concidant. Iacebunt ergo, si diis placet, tot præclara Geometrarum de asymmetris & alogis magnitudinibus theωremata. Quid enim causæ dicas cur indiuidua linea hanc quidem metiatur, illam verò metiri non queat? Siquidem quod minimum in vnoquoque genere reperitur, id communis omnium mensura esse solet. Innumerabilia profectò sunt illa, quæ ex falsis eiusmodi decretis absurda cōsequuntur: & horum permulta quidem Mathematicus, sed longè plura colligit Physicus. Quid varia ψευδογραφημάτων genera commemorem, quæ ex hoc vno fonte tam longè latéque diffusa fluxisse videntur? Notissimus est Antiphontis tetragωnismus, qui Geometrarum & ipse principia non parum labefecit, cùm rectæ lineæ curuam posuit æqualem. Longum esset mihi singula percensere, præsertim ad alia properanti. Hoc ergo certum, fixum & in perpetuum ratum esse oportet, quod sapienter monet Aristoteles, σπουδαστέον ὅπως

θεμελιωθῶσι καλῶς αἱ ἀρχαί. μεγάλην γὰρ ἔχουσι ῥοπὴν πρὸς τὰ ἑπόμενα. Nā principiis illa cōgruere debēt, quæ sequuntur. Quòd si tantùm perspicitur in istis exilioribus Geometriæ initiis, quæ puncto, linea, superficie definiuntur, momentum, vt ne hæc quidem sine summo impendentis ruinæ periculo conuelli aut oppugnari possint: quanta quæso vis putanda est huius στοιχειώσεως, quam collatis tot præstantissimorum artificum inuentis, mira quadam ordinis solertia contexuit Euclides, vniuersæ Matheseωs elementa complexu suo coercentem? Vt igitur omnibus rebus instructior & paratior quisque ad hoc studiū libentiùs accedat, & singula vel minutissima exactiùs secum reputet atque perdiscat, operæ precium cēsui in primo institutionis aditu vestibulóque præcipua quædam capita, quibus tota ferè Mathematicæ scientiæ ratio intelligatur, breuiter explicare: tum ea quæ sunt Geometriæ propria, diligenter persequi: Euclidis denique in extruenda hac στοιχειώσει consilium sedulò ac fideliter exponere. Quæ ferè omnia ex Aristotelis potissimū ducta fontibus, nemini inuisa fore cōfido, qui modò ingenuum animi candorem ad legendum attulerit. Ac de Mathematicæ diuisione primū dicamus.

Mathematicæ in primis scientiæ studiosos fuisse Pythagoreos, non modò historicorum, sed etiam philosophorum libri declarant. His ergo placuit, vt in partes quatuor vniuersum distribuatur Mathematicæ scientiæ genus, quarũ duas περὶ τὸ ποσὸν, reliquas περὶ τὸ πηλίκον versari statuerunt. Nam & τὸ ποσὸν vel sine vlla comparatione ipsum per se cognosci, vel certa quadã ratione comparatum spectari: in illo Arithmeticam, in hoc versari Musicam: & τὸ πηλίκον partim quiescere, partim moueri quidem: illud Geometriæ propositum esse: quod verò sua sponte motu cietur, Astronomiæ. Sed ne quis falsò putet Mathematicam scientiam, quòd in vtroque quanti genere cernitur, idcirco inanem videri (si quidem non solùm magnitudinis diuisio, sed etiam multitudinis accretio infinitè progredi potest) meminisse decet, τὸ πηλίκον καὶ τὸ ποσὸν, quæ subiecto Mathematicæ generi imposita sunt à Pythagoreis nomina, non cuiuscunque modi quantitatem significare, sed eam demum, quæ tùm multitudine tùm magnitudine sit definita, & suis circunscripta terminis. Quis enim vllã infiniti sciẽtiã defendat? Hoc scitum est, quod non semel docet Aristoteles, infinitum ne cogitatione quidem complecti quenquã posse. Itaque ex infinita multitudinis & magnitudinis δυνάμει, finitam hæc

scientia decerpit & amplectitur naturam, quam tractet, & in qua versetur. Nã de vulgari Geometrarum consuetudine quid sentiendum sit, cum data interdum magnitudine infinita aut fabricantur aliquid, aut proprias generis subiecti affectiones exquirunt, disertè monet Aristoteles, οὐδὲ νῦν (de Mathematicis loquens) δέονται τοῦ ἀπείρου, οὐδὲ χρῶνται, ἀλλὰ μόνον εἶναι ὅσην ἂν βούλωνται, πεπερασμένην. Quamobrem disputatio ea qua infinitum refellitur, Mathematicorum decretis rationibúsque non aduersatur, nec eorum apodixes labefacit. Etenim tali infinito opus illis nequaquã est, quod exitu nullo paragrari possit, nec talem ponunt infinitam magnitudinem: sed quantamcunque velit aliquis effingere, ea vt suppetat, infinitam præcipiunt. Quinetiam non modò immensa magnitudine opus non habent Mathematici, sed ne maxima quidem: cùm instar maximæ minima quæque in partes totidẽ pari ratione diuidi queat. Alteram Mathematicæ diuisionem attulit Geminus, vir (quantum ex Proclo conijcere licet) μαθημάτων laude clarissimus. Eam, quæ superiore plenior & accuratior fortè visa est, cùm doctissimè pertractarit sua in decimũ Euclidis præfatione P. Mõtaureus vir senatorius, & regiæ bibliothecæ præfectus, leuiter attingam. Nam ex duobus rerum velut summis generibus, τῶν νοητῶν καὶ τῶν αἰσθητῶν, quæ res sub intelligētiam cadunt, Arithmeticæ & Geometriæ attribuit Geminus: quæ vero in sensus incurrunt, Astrologiæ, Musicæ, Supputatrici, Opticæ, Geodæsiæ & Mechanicæ adiudicauit. Ad hanc certè diuisionem spectasse videtur Aristoteles, cùm Astrologiam, Opticam, Harmonicam φυσικωτέρας τῶν μαθημάτων nominat, vt quæ naturalibus & Mathematicis interiectæ sint, ac velut ex vtrisq; mixtæ disciplinæ: Siquidem genera subiecta à Physicis mutuantur, causas verò in demonstrationibus ex superiore aliqua scientia repetunt. Id quod Aristoteles ipse apertissimè testatur, ἐνταῦθα γὰρ, φησὶ, τὸ μὲν ὅτι, τῶν αἰσθητικῶν εἰδέναι, τὸ δὲ διότι, τῶν μαθηματικῶν. Sequitur, vt quid Mathematicæ cōueniat cū Physica & prima Philosophia: quid ipsa ab vtraque differat, paucis ostēdamus. Illud quidem omnium commune est, quòd in veri contemplatione sunt positæ, ob idque θεωρητικαὶ à Græcis dicuntur. Nam cùm διάνοια siue ratio & mens omnis sit vel πρακτικὴ, vel ποιητικὴ, vel θεωρητικὴ, totidem scientiarū sint genera necesse est. Quòd si Physica, Mathematica, & prima Philosophia, nec in agendo, nec in ef-

ficiendo sunt occupatæ, hoc certè perspicuum est, eas omnes in cognitione contemplationéque necessariò versari. Cùm enim rerum non modò agendarum, sed etiam efficiendarum principia in agente vel efficiente consistant, illarum quidem προαίρεσις, harum autem vel mens, vel ars, vel vis quædam & facultas: rerum profectò naturalium, Mathematicarum, atque diuinarū principia in rebus ipsis, non in philosophis inclusa latent. Atque hæc vna in omnes valet ratio, quæ θεωρητικὰς esse colligat. Iam verò Mathematica separatim cum Physica congruit, quòd vtraque versatur in cognitione formarum corpori naturali inhærentium. Nam Mathematicus plana, solida, longitudines & puncta cōtemplatur, quæ omnia in corpore naturali à naturali quoque philosopho tractantur. Mathematica item & prima philosophia hoc inter se propriè conueniunt, quòd cognitionem vtraque persequitur formarū, quoad immobiles, & à concretione materiæ sunt liberæ. Nā tametsi Mathematicæ formæ re vera per se non cohærent, cogitatione tamen à materia & motu separantur, οὐδὲ γίνεται ψεῦδος χωριζόντων, vt ait Aristoteles. De cognatione & societate breuiter diximus. Iā quid intersit, videamus. Vnaquæque Mathematicarū certum quoddam rerum genus propositum habet, in quo versetur, vt Geometria quantitatem & continuationem aliorum in vnam partem, aliorum in duas, quorundam in tres: eorúmque quatenus quanta sunt & continua, affectiones cognoscit. Prima autem Philosophia, cùm sit omnium communis, vniuersum Entis genus, quæque ei accidunt & conueniunt hoc ipso quòd est, considerat. Ad hæc, Mathematica eam modò naturam amplectitur, quæ quanquam non mouetur, separari tamen seiungique nisi mente & cogitatione à materia non potest, ob eámque causam ἐξ ἀφαιρέσεως dici consueuit. Sed prima Philosophia in iis versatur, quæ & seiuncta, & æterna, & ab omni motu per se soluta sunt ac libera. Cæterùm Physica & Mathematica quãquã subiecto discrepare non videntur, modo tamen rationéque differunt cognitionis & contemplationis, vnde dissimilitudo quoque scientiarum sequitur. Etenim mathematicæ species nihil re vera sunt aliud, quàm corporis naturalis extremitates, quas cogitatione ab omni motu & materia separatas Mathematicus contemplatur: sed easdem consectatur physicorum ars, quatenus cum materia comprehensæ sunt, & corpora motui obnoxia circunscribunt. Ex quo fit, vt quæcun-

que in Mathematicis incommoditates accidunt, eædem etiam in naturalibus rebus videantur accidere, nõ autem vicissim. Multa enim in naturalibus sequuntur incõmoda, quæ nihil ad Mathematicum attinẽt, διὰ τὸ, inquit Aristoteles, τὰ μὲν ἐξ ἀφαιρέσεως λέγεται, τὰ μαθηματικὰ, τὰ δὲ φυσικὰ ἐκ προσθέσεως. Siquidem res cum materia deuinctas contemplatur physicus: Mathematicus verò rem cognoscit circunscriptis iis omnibus quæ sensu percipiũtur, vt grauitate, leuitate, duritie, mollitie, & præterea calore, frigore, aliisque contrariorum paribus quæ sub sensum subiecta sunt: tantùm autem relinquit quãtitatem & continuum. Itaque Mathematicorum ars in iis quæ immobilia sunt, cernitur (τὰ γὰρ μαθηματικὰ τῶν ὄντων ἄνευ κινήσεώς ἐστιν, ἔξω τῶν περὶ τὴν ἀστρολογίαν) quæ verò in naturæ obscuritate posita est, res quidem quæ nec separari nec motu vacare possunt contemplatur. Id quod in vtroque scientiæ genere perspicuum esse potest, siue res subiectas definias, siue proprietates earum demonstres. Etenim numerus, linea, figura, rectum, inflexum, æquale, rotundum, vniuersa denique Mathematicus quæ tractat & profitetur, absque motu explicari docerique possunt: χωριστὰ γὰρ τῇ νοήσει κινήσεώς ἐστι. Physicæ

autem sine motione species nequaquã possunt in-
telligi. Quis enim, hominis, plantæ, ignis, ossiũ,
carnis naturã & proprietates sine motu qui ma-
teriam sequitur, perspiciat? Siquidem tantisper
substantia quæque naturalis constare dici solet,
quoad opus & munus suum, agendo patiendóque
tueri ac sustinere valeat: qua certè amissa δυνά-
μει, ne nomen quidem nisi ὁμωνύμως retinet. Sed
Mathematico ad explicandas circuli aut trian-
guli proprietates, nullũ adferre potest vsum, ma-
teriæ vt auri, ligni, ferri, in qua insunt, cõsidera-
tio: quin eò verius eiusmodi rerum, quarũ species
tanquã materia vacantes efformemus animo, na-
turam complectemur, quòd coniunctione mate-
riæ quasi adulterari deprauarique videntur.
Quocirca Mathematicæ species eodem modo quo
κοῖλον, siue concauitas, sine motu & subiecto de-
finitione explicari cognoscique possunt: natura-
les verò cùm eam vim habeant, quam, vt ita di-
cam, simitas, cum materia comprehensæ sunt,
nec absque ea separatim possunt intelligi: quibus
exemplis quid inter Physicas & Mathematicas
species intersit, haud difficile est animaduerte-
re. Illis certè non semel est vsus Aristoteles. Va-
leant ergo Protagoræ sophismata, Geometras hoc
nomine refellentis, quòd circulus normam pun-

cto non attingat. Nam diuina Geometrarũ theo-
remata qui sensu æstimabit, vix quicquam re-
periet quod Geometræ concedendum videatur.
Quid enim ex his quæ sensum mouent, ita rectum
aut rotũdum dici potest, vt à Geometra ponitur?
Nec verò absurdum est aut vitiosum, quòd li-
neas in puluere descriptas pro rectis aut rotundis
assumit, quæ nec rectæ sunt nec rotundæ, ac ne
latitudinis quidem expertes. Siquidẽ non iis vti-
tur Geometra quasi inde vim habeat conclusio,
sed eorum quæ discenti intelligenda relinquun-
tur, rudem ceu imaginem proponit. Nam qui pri-
mùm instituuntur, hi ductu quodam & velut
χειραγωγίᾳ sensuum opus habent, vt ad illa quæ
sola intelligentia percipiuntur, aditum sibi com-
parare queant. Sed tamen existimandum non est
rebus Mathematicis omnino negari materiam, ac
non eam tãtùm quæ sensum afficit. Est enim ma-
teria alia quæ sub sensum cadit, alia quæ animo
& ratione intelligitur. Illam αἰσθητὴν, hanc νοη-
τὴν vocat Aristoteles. Sensu percipitur, vt æs,
vt lignum, omnisque materia quæ moueri potest,
Animo & ratione cernitur ea quæ in rebus sen-
silibus inest, sed non quatenus sensu percipiũtur,
quales sunt res Mathematicorum. Vnde ab Ari-
stotele scriptum legimus ἐπὶ τῶν ἐν ἀφαιρέσει

ὄντων rectum se habere vt simum: μετὰ συνεχοῦς γὰρ: quasi velit ipsius recti, quod Mathematicorum est, suam esse materiam, nō minus quàm simi quod ad Physicos pertinet. Nā licet res Mathematicæ sensili vacent materia, non sunt tamen indiuiduæ, sed propter continuationem partitioni semper obnoxiæ, cuius ratione dici possunt sua materia non omnino carere: quin aliud videtur τὸ εἶναι γραμμῇ, aliud quoad continuationi adiuncta intelligitur linea. Illud enim ceu forma in materia, proprietatum causa est, quas sine materia percipere nō licet. Hæc est societatis & dissidij Mathematicæ cum Physica & prima Philosophia ratio. Nunc autem de nominis etymo & notatione pauca quædam afferamus. Nam si quæ iudicio & ratione imposita sunt rebus nomina, ea certè non temere indita fuisse credēdum est, quibus scientias appellari placuit. Sed neque otiosa semper haberi debet ista etymologiæ indagatio, cùm ad rei etiam dubiæ fidem sæpe non parum valeat recta nominis interpretatio. Sic enim Aristoteles ducto ex verborum ratione argumēto, αὐτομάτου, μεταβολῆς, αἰθέρος, aliarumque rerum naturam ex parte confirmauit. Quoniam igitur Pythagoras Mathematicam sciētiam non modò studiose coluit, sed etiam repetitis à capite

principiis,

principiis, geometricam contemplationem in liberalis disciplinæ formam composuit, & perspectis absque materia, solius intelligentiæ adminiculo theorematibus, tractationem περὶ τῶν ἀλόγων, & κοσμικῶν σχημάτων constitutionem excogitauit: credibile est, Pythagoram, aut certè Pythagoreos, qui & ipsi doctoris sui studia libenter amplexi sunt, huic sciētiæ id nomen dedisse, quod cum suis placitis atque decretis cōgrueret, rerūmque propositarum naturam quoquo modo declararet. Ita cùm existimarent illi omnē disciplinā, quæ μάθησις dicitur, ἀνάμνησιν esse quandam, id est recordationem & repetitionem eius scientiæ, cuius antè quàm in corpus immigraret: compos fuerit anima, quemadmodum Plato quoque in Menone, Phædone, & aliis aliquot locis videtur astruxisse: animaduerterent autem eiusmodi recordationem, quæ non posset multis ex rebus perspici, ex his potissimum scientiis demonstrari, si quis nimirum, ait Plato, ἐπὶ τὰ διαγράμματα ἄγῃ: probabile est equidē Mathematicas à Pythagoreis artes κατ᾽ ἐξοχὴν fuisse nominatas, vt ex quibus μάθησις, id est æternarum in anima rationum recordatio διαφερόντως & præcipuè intelligi posset. Cuius etiam rei fidem nobis diuinus fecit Plato, qui in Menone Socratem in-duxit hoc argumenti genere persuadere cupientem discere nihil esse aliud quàm suarum ipsius rationum animũ recordari. Etenim Socrates pusionem quendam, vt Tullij verbis vtar, interrogat de geometrica dimensione quadrati: ad ea sic ille respondet vt puer, & tamen tam faciles interrogationes sunt, vt gradatim respondens, eodem perueniat, quò si Geometrica didicisset. Aliam nominis huius rationem Anatolius exposuit, vt est apud Rhodiginum, quòd cùm cæteræ disciplinæ deprehendi vel non docente aliquo possint omnes, Mathematica sub nullius cognitionem veniant, nisi præeunte aliquo, cuius solertia succidantur vepreta, vel exurantur, & superciliosa complanentur aspreta. Ita enim Cælius: quod quam vim habeat, non est huius loci curiosiùs perscrutari. Equidem M. Tullius Mathematicos in magna rerum obscuritate, recondita arte, multiplicique ac subtili versari scribit. sed quis nescit idipsum cum aliis grauioribus scientiis, esse cõmune? Est enim, vel eodem autore Tullio, omnis cognitio multis obstructa difficultatibus, maximáque est & in ipsis rebus obscuritas, & in iudiciis nostris infirmitas: nec vllus est, modò interius paulò Physica penetrarit, qui non facilè sit expertus, quàm multi vndique

emergant, rerum naturalium causas inquirentibus, & inexplicabiles labyrinthi. Sunt qui ex demonstrationum firmitate nominari Mathematicas opinantur: cuius etiam rationis momentum alio seorsim loco expendendum fuerit. Quocirca primam verbi notationem, quam sequutus est Proclus, nobis retinendam censeo. Hactenus de vniuerso Mathematicæ genere quanta potui & perspicuitate & breuitate dixi. Sequitur, vt de Geometria separatim atque ordine ea disseram, quæ initio sum pollicitus. Est autem Geometria, vt definit Proclus, scientia, quæ versatur in cognitione magnitudinum, figurarum, & quibus hæ continentur, extremorum, item rationum & affectionũ, quæ in illis cernuntur ac inhærent: ipsa quidem progrediẽs à puncto indiuiduo per lineas & superficies, dum ad solida conscendat, variásque ipsorum differentias patefaciat. Quúmque omnis scientia demonstratiua, vt docet Aristoteles, tribus quasi momentis contineatur, genere subiecto, cuius proprietates ipsa sciẽtia exquirit & cõtemplatur: causis & principiis, ex quibus primis demonstrationes conficiuntur: & proprietatibus, quæ de genere subiecto per se enunciantur: Geometriæ quidem subiectum in lineis, triangulis, quadrangulis, circulis, planis, solidis, atque omnino figuris & magnitudinibus, earúmque extremitatibus consistit. His autem inhærent diuisiones, rationes, tactus, æqualitates, παραβολαί, ὑπερβολαί, ἐλλείψεις, atque alia generis eiusdem propè innumerabilia. Postulata verò & Axiomata ex quibus hæc inesse demonstrantur, eiusmodi ferè sunt: Quouis centro & interuallo circulum describere: Si ab æqualibus æqualia detrahas, quæ relinquūtur esse æqualia, cæteráq; id genus permulta, quæ licet omnium sint communia, ad demonstrandum tamen tum sunt accommodata, cùm ad certúm quoddam genus traducuntur. Sed cùm præcipua videatur Arithmeticæ & Geometriæ inter Mathematicas dignatio, cur Arithmetica sit ἀκριβεστέρα, & exactior quàm Geometria, paucis explicandum arbitror. Hîc verò & Aristotelem sequemur ducem, qui scientiam cum scientia ita comparat, vt accuratiorem esse velit eam, quæ rei causam docet, quàm quæ rē esse tantùm declarat: deinde quæ in rebus sub intelligentiam cadētibus versatur, quàm quæ in rebus sensum mouētibus cernitur. Sic enim & Arithmetica quàm Musica, & Geometria quàm Optica, & Stereometria quàm Mechanica exactior esse intelligitur. Postremò quæ ex simplicioribus initiis con-

stat, quàm quæ aliqua adiectione compositis vtitur. Atque hac quidem ratione Geometriæ præstat Arithmetica, quòd illius initium ex additione dicatur, huius sit simplicius. Est enim punctum, vt Pythagoreis placet, vnitas quæ situm obtinet: vnitas verò punctum est quod situ vacat. Ex quo percipitur, numerorū quàm magnitudinum simplicius esse elementum, numerósque magnitudinibus esse puriores, & à concretione materiæ magis disiunctos. Hæc quanquam nemini sunt dubia, habet & ipsa tamen Geometria quo se plurimum efferat, opibúsque suis ac rerum vbertate multiplici vel cum Arithmetica certet: id quod tute facilè deprehendas cùm ad infinitam magnitudinis diuisionem, quam respuit multitudo, animum conuerteris. Nunc quæ sit Arithmeticæ & Geometriæ societas, videamus. Nam theorematum quæ demonstratione illustrātur, quædam sunt vtriusque scientiæ communia, quædam verò singularum propria. Etenim quòd omnis proportio sit ῥητὸς, siue rationalis, Arithmeticæ soli conuenit, nequaquam Geometriæ, in qua sunt etiam ἄρρητοι, seu irrationales proportiones: item, quadratorum gnomonas minimo definitos esse, Arithmeticæ proprium (si quidem in Geometria nihil tale minimum esse potest)

ſed ad Geometriam propriè ſpectant ſitus, qui in
numeris locum non habent: tactus, qui quidem à
continuis admittuntur: ἄλογοι, quoniam vbi di-
uiſio infinitè procedit, ibi etiam τὸ ἄλογον eſſe
ſolet. Communia porrò vtriuſque ſunt illa, quæ
ex ſectionibm eueniunt, quas Euclides libro ſecū-
do eſt perſequutus: niſi quòd ſectio per extremam
& mediam rationem in numeris nuſquam repe-
riri poteſt. Iam verò ex theorematibus eiuſmo-
di communibus, alia quidem ex Geometria ad
Arithmeticam traducuntur: alia contrà ex A-
rithmetica in Geometriam transferuntur: quæ-
dam verò perinde vtrique ſcientiæ conueniunt.
Vt quæ ex vniuerſa arte Mathematica in vtrā-
que harum cōueniant. Nam & alterna ratio, &
rationum conuerſiones, compoſitiones, diuiſiones
hoc modo communia ſunt vtriuſque. Quæ autem
ſunt περὶ συμμέτρων, id eſt de commenſurabili-
bus, Arithmetica quidem primùm cognoſcit &
cōtemplatur. ſecundo loco Geometria Arithmeti-
cam imitata. Quare & cōmenſurabiles magnitu-
dines illæ dicuntur, quæ rationem inter ſe habent
quā numerus ad numerū, perinde quaſi cōmenſu-
ratio & συμμετρία in numeris primùm cōſiſtat
(Vbi enim numerus, ibi & σύμμετρον cernitur:
& vbi σύμμετρον, illic etiam numerus) ſed quæ

triangulorum ſunt & quadrangulorum, à Geo-
metra primùm conſiderantur: tum analogia qua-
dam Arithmeticus eadem illa in numeris con-
templatur. De Geometriæ diuiſione hoc adiicien-
dum puto, quòd Geometriæ pars altera in planis
figuris cernitur, quæ ſolam latitudinem longitu-
dini coniunctam habent, altera verò ſolidas con-
templatur, quæ ad duplex illud interuallum craſ-
ſitudinem adſciſcunt. Illam generali Geometriæ
nomine veteres appellarunt: hanc propriè Stereo-
metriam dixerunt. Ita Geometriam cum Opti-
ca, & Stereometriam cum Mechanica non rarò
cōparat Ariſtoteles. Sed illius cognitio huius in-
uentionem multis ſeculis anteceſſit, ſi modò Ste-
reometriam ne Socratis quidem ætate vllam fuiſ-
ſe omnino verum eſt, quemadmodum à Platone
ſcriptum videtur. Ad Geometriæ vtilitatē acce-
do, quæ quanquam ſuapte vi & dignitate ipſa
per ſe nititur, nullius vſus aut actionis miniſte-
rio mācipata (vt de Mathematicis omnibus ſciē-
tiis concedit in Politico Socrates) ſi quid ex ea ta-
men vtilitatis externæ quæritur, Dij boni quàm
lætos, quàm vberes, quàm varios fructus fundit?
Nec verò audiendus eſt vel Ariſtippus, vel So-
phiſtarū alius, qui Mathematicorum artes idcir-
co repudiet, quòd ex fine nihil docere videantur,
eiúſque quod melius aut deterius nullam habeant

rationem. Vt enim nihil causæ dicas, cur sit melius, trianguli, verbi gratia, tres angulos duobus esse rectis æquales: minimè tamen fuerit consentaneum, Geometriæ cognitionem vt inutilem exagitare, criminari, explodere, quasi quæ finem & bonũ quò referatur, habeat nullum. Multas haud dubiè solius contemplationis beneficio citra materiæ cõtagionem adfert Geometria commoditates partim proprias, partim cum vniuerso genere communes. Cùm enim Geometria, vt scripsit Plato, eius quod semper est cognitionem profiteatur, ad veritatem excitabit illa quidem animum, & ad ritè philosophandum cuiusque mentẽ comparabit. Quinetiam ad disciplinas omnes faciliùs perdiscendas, attigeris nécne Geometriam, quanti referre censes? Nam vbi cum materia coniungitur, nónne præstãtissimas procreat artes, Geodæsiam, Mechanicam, Opticam, quarum omnium vsu, mortalium vitam summis beneficiis complectitur? Etenim bellica instrumenta, vrbiúmque propugnacula, quibus munitæ vrbes, hostium vim propulsarent, his adiutricibus fabricata est: montiũ ambitus & altitudines, locorúmque situs nobis indicauit: dimetiendorum & mari & terra itinerum rationem præscripsit: trútinas & statéras, quibus exacta numerorum æqualitas in ciuitate retineatur, composuit: vniuersi ordinem si-

mulachris expreßit: multáque quæ hominum fidem superarẽt, omnibus persuasit. Vbique extant præclara in eam rem testimonia. Illud memorabile, quod Archimedi rex Hiero tribuit. Nã extructo vastæ molis nauigio, quod Hiero Ægyptiorum regi Ptolemæo mitteret, cùm vniuersa Syracusanorum multitudo collectis simul viribus nauem trahere non posset, effecißétque Archimedes vt solus Hiero illam subduceret, admiratus viri sciẽtiam rex, ἀπὸ ταύτης, ἔφη, τῆς ἡμέρας, περὶ παντὸς Ἀρχιμήδει λέγοντι πιστευτέον. *Quid? quòd Archimedes idem, vt est apud Plutarchũ, Hieroni scripsit datis viribus datum pondus moueri posse? fretúsque demonstrationis robore, illud sæpe iactaret, si terram haberet alteram vbi pedem figeret, ad eam, nostram hanc se transmouere posse? Quid varia* αὐτομάτων *machinarúmque genera, ad vsus necessarios comparata memorem? Innumerabilia profectò sunt illa, & admiratione dignißima, quibus prisci homines incredibili quodam ad philosophandum studio concitati, inopem mortalium vitam artis huius præsidio subleuarunt: tametsi memoriæ sit proditum, Platonem Eudoxo & Archytæ vitio vertisse, quòd Geometrica problemata ad sensilia & organica abducerent. Sic enim corrumpi ab illis & labefieri Geometriæ præstantiam, quæ ab intelligi-*

bilibus & incorporeis rebus ad sensiles & corporeas prolaberetur. Quapropter ridicula idē scripsit Plato Geometrarū esse vocabula, quæ quasi ad opus & actionem spectent, ita sonare videntur. Quid enim est quadrare, si nō opus facere? Quid addere, producere, applicare? Multa quidem sunt eiusmodi nomina, quibus necessariò & tanquam coacti Geometræ vtuntur, quippe cùm alia desint in hoc genere cōmodiora. Sic ergo censuit Plato, sic Aristoteles, sic deniq; philosophi omnes, Geometriam ipsam cognitionis gratia exercendam, nec ex aliquo vsu externo, sed ex rerū νοητῶν intelligētia æstimandā esse. Exposita breuius quàm res tanta dici possit, vtilitatis ratione, Geometriæ ortum, qui in hac rerum periodo ex historicorum monimentis nobis est cognitus, deinceps aperiamus. Geometria apud Ægyptios inuēta, (ne ab Adamo, Setho, Noah, quos cognitione rerū multiplici valuisse constat, eam repetamus) ex terrarum dimensione, vt verbi præ se fert ratio, ortum habuisse dicitur: cùm anniuersaria Nili inundatione & incrementis limo obducti agrorum termini confunderentur. Geometriam enim, sicut & reliquas disciplinas, in vsu quàm in arte priùs fuisse aiunt. Quòd sanè mirum videri non debet, vt & huius & aliarum scientiarum inuentio ab vsu cœperit ac necessitate. Etenim tempus,

rerum vsus, ipsa necessitas ingenium excitat, & ignauiam acuit. Deinde quicquid ortum habuit (vt tradunt Physici) ab inchoato & imperfecto processit ad perfectū. Sic artium & scientiarum principia experientiæ beneficio collecta sunt, experientia verò à memoria fluxit, quæ & ipsa à sensu primùm manauit. Nam quod scribit Aristoteles, Mathematicas artes, comparatis rebus omnibus ad vitam necessariis, in Ægypto fuisse constitutas, quòd ibi sacerdotes omnium concessu in otio degerent: non negat ille adductos necessitate homines ad excogitandam, verbi gratia, terræ dimetiendæ rationem, quæ theorematū deinde inuestigationi causam dederit: sed hoc confirmat, præclara eiusmodi theorematum inuenta, quibus extructa Geometriæ disciplina cōstat, ad vsus vitæ necessarios ab illis non esse expetita. Itaque vetus ipsum Geometriæ nomen ab illa terræ partiundæ finiúmque regundorum ratione postea recessit, & in certa quadam affectionum magnitudini per se inhærentiū scientia propriè remansit. Quemadmodum igitur in merciū & contractuū gratiam, supputandi ratio quam secuta est accurata numerorum cognitio, à Phœnicibus initium duxit: ita etiam apud Ægyptios, ex ea, quam commemoraui, causa ortum habuit Geometria. Hanc certè, vt id obiter dicam, *Thales in Græciam ex Ægypto primùm transtulit: cui non paucæ deinceps à Pythagora, Hippocrate Chio, Platone, Archyta Tarentino, aliisque compluribus, ad Euclidis tempora factæ sunt rerum magnarum accessiones. Cæterùm de Euclidis ætate id solùm addam, quod à Proclo memoriæ mandatum accepimus. Is enim commemoratis aliquot Platonis tùm æqualibus tùm discipulis, subiicit, non multò ætate posteriorem illis fuisse Euclidem eum, qui Elementa conscripsit, & multa ab Eudoxo collecta, in ordinem luculentum composuit, multáque à Theæteto inchoata perfecit, quæque mollius ab aliis demonstrata fuerant, ad firmissimas & certissimas apodeixes reuocauit. Vixit autem, inquit ille, sub primo Ptolemæo. Etenim ferunt Euclidem à Ptolemæo quondam interrogatum, numqua esset via ad Geometriam magis compẽdiaria, quàm sit ista* στοιχείωσις, *respondisse,* μὴ εἶναι βασιλικὴν ἀτραπὸν ἐπὶ γεωμετρίαν. *Deinde subiungit, Euclidẽ natu quidẽ esse minorẽ Platone, maiorem verò Eratosthene & Archimede (hi enim æquales erant) cùm Archimedes Euclidis mentionem faciat. Quòd si quis egregiã Euclidis laudẽ, quam cùm ex aliis scriptionibus accuratissimis, tùm ex hac Geometrica* στοιχειώσεως *consequutus est, in qua diuinus rerum ordo sapientissimis quibusque hominibus magnæ semper admira-*

tioni fuit, is Proclũ studiosè legat, quò rei veritatem illustriorẽ reddat grauissimi testis autoritas. Superest igitur vt finem videamus, quò Euclidis elemẽta referri, & cuius causa in id studium incumbere oporteat. Et quidem si res quæ tractãtur, consyderes: in tota hac tractatione nihil aliud quæri dixeris, quàm vt κοσμικὰ *quæ vocantur,* σχήματα *(fuit enim Euclides professione & instituto Platonicus) Cubus, Icosaëdrũ, Octaëdrũ, Pyramis, & Dodecaëdrum certa quadã suorum & inter se laterũ, & ad sphæræ diametrũ ratione eidẽ sphæræ inscripta cõprehẽdãtur. Huc enim pertinet Epigrãmation illud vetus, quod in Geometrica Michaëlis Pselli* συνόψει *scriptũ legitur.*

Σχήματα πέντε Πλάτωνος, ἃ Πυθαγόρας σοφὸς εὗρε,
Πυθαγόρας σοφὸς εὗρε, Πλάτων δ' ἀρίδηλ' ἐδίδαξεν,
Εὐκλείδης ἐπὶ τοῖσι κλέος περικαλλὲς ἔτευξεν.

Quòd si discentis institutionem spectes, illud certè fuerit propositum, vt huiusmodi elementorum cognitione informatus discentis animus, ad quamlibet non modò Geometriæ, sed & aliarum Mathematicæ partiũ tractationem idoneus paratúsque accedat. Nam tametsi institutionem hanc solus sibi Geometra vendicare videtur, & tanquam in possessionem suam venerit, alios ex-

cludere posse: inde tamen permulta suo quodāmodo iure decerpit Arithmeticus, pleraque Musicus, non pauca detrahit Astrologus, Opticus, Logisticus, Mechanicus, itémque cæteri: nec vllus est denique artifex præclarus, qui in huius se possessionis societatem cupidè non offerat, partémque sibi concedi postulet. Hinc στοιχείωσις absolutum operi nomen, & στοιχειωτὴς dictus Euclides. Sed quid lōgiùs prouehor? Nam quod ad hæc rem attinet, tam copiosè & eruditè scripsit (vt alia complura) eo ipso, quem dixi, loco P. Mōtaureus, vt nihil desiderio loci reliquerit. Quæ verò ad dicendum nobis erant proposita, hactenus pro ingenij nostri tenuitate omnia mihi perfecisse videor. Nam tametsi & hæc eadem & alia pleraque multò fortè præclariora ab hominibus doctissimis, qui tùm acumine ingenij, tùm admirabili quodam lepôre dicendi semper floruerūt, grauiùs, splendidiùs, vberiùs tractari posse scio: tamē experiri libuit, num quid etiā nobis diuino sit cōcessum munere, quod rudes in hac Philosophiæ parte discipulos adiuuare aut certè excitare queat. Huc accessit quòd ista recēs elementorum editio, in qua nihil non parū fuisset studij, aliquid à nobis efflagitare videbatur, quod eius cōmendationem adaugeret. Cū enim vir doctissimus Io. Magnienus Mathematicarū artium in hac Parrhi-

siorum Academia professor verè regius, nostrum hunc typographum in excudendis Mathematicorum libris diligentissimū, ad hanc Elementorum editionem sæpè & multum esset adhortatus, eiúsque impulsu permulta sibi iam comparasset typographus ad hæc rem necessaria, citò interuēnit, malùm, Ioannis Magnieni mors insperata, quæ tam graue inflixit Academiæ vulnus, cui ne post multos quidem annorū circuitus cicatrix obduci vlla posse videatur. Quamobrem amisso instituti huius operis duce, typographus, qui nec sumptus antea factos sibi perire, nec studiosos, quibus id muneris erat pollicitus, sua spe cadere vellet, ad me venit, & impēsè rogauit vt meam propositæ editioni operā & studiū nauarem. quod cum denegaret occupatio nostra, iuberet officij ratio: feci equidem rogatus, vt quæ subobscurè vel parū cōmodè in sermonem Latinū è Græco trāslata videbātur, clariore, aptiore, & fideliore interpretatione nostra (quod cuiusque pace dictū volo) lucem acciperent. Id quod in omnibus ferè libris posterioribus tute primo obtutu perspicias. Nam in sex prioribus non tantùm temporis quantū in cæteris ponere nobis licuit: decimi autem interpretatio, qua melior nulla potuit adferri, P. Montaureo solida debetur. Atque vt ad perspicuitatē facilitatémque nihil tibi deesse queraris, adscriptæ *sunt propositionibus singulis vel lineares figuræ, vel punctorum tanquam vnitatum notulæ, quæ Theonis apodixin illustrēt: illæ quidem magnitudinum, hæ autem numerorum indices, subscriptis etiam ciphrarum, vt vocāt, characteribus, qui propositum quemuis numerum exprimant: ob eámque causam eiusmodi vnitatum notulæ, quæ pro numeri amplitudine maius paginæ spatium occuparent, pauciores sæpius depictæ sunt, aut in lineas etiam commutatæ. Nam literarū, vt a, b, c, characteres non modò numeris & numerorum partibus nominandis sunt accommodati, sed etiā generales esse numerorum vt magnitudinum affectiones testamur. Adiecta sunt insuper quibusdam locis non pœnitenda Theonis scholia, siue mauis lemmata, quæ quidem lōgè plura accessissent, si plus otij & temporis vacui nobis fuisset relictum, quod huic studio impartiremus. Hanc igitur operam boni consule, & quæ obuia erunt impreßionis vitia, candidus emenda. Vale. Lutetiæ 4. Idus April. 1557.*

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM PRIMVM.

ΟΡΟΙ.

α

ΣΗΜΕΙΟΝ ἐστιν, οὗ μέρος οὐθέν.

DEFINITIONES.

1

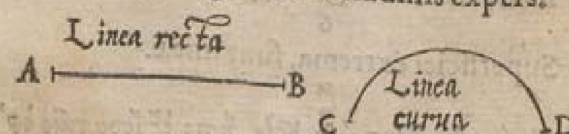
Punctum est, cuius pars nulla est. (Punctum)

β

Γραμμὴ δὲ, μῆκος ἀπλατές.

2

Linea verò, longitudo latitudinis expers.



C

γ

Γραμμῆς δὲ πέρατα, σημεῖα.

3

Lineæ autem termini, sunt puncta.

δ

Εὐθεῖα γραμμή ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου τοῖς ἐφ' ἑαυτῆς σημείοις κεῖται.

4

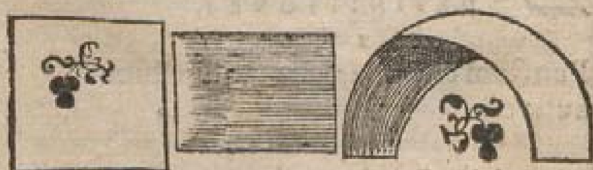
Recta linea est, quæ ex æquo sua interiacet puncta.

ε

Ἐπιφάνεια δέ ἐστιν, ὃ μῆκος καὶ πλάτος μόνον ἔχει.

5

Superficies est, quæ longitudinem latitudinémque tantùm habet.



ς

Ἐπιφανείας δὲ πέρατα, γραμμαί.

6

Superficiei extrema, sunt lineæ.

ζ

Ἐπίπεδος ἐπιφάνειά ἐστιν, ἥτις ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς εὐθείαις κεῖται.

7

Plana superficies est, quæ ex æquo suas interiacet lineas.

η

Ἐπίπεδος δὲ γωνία ἐστὶν, ἡ ἐν ἐπιπέδῳ, δύο γραμμῶν ἁπτομένων ἀλλήλων, καὶ μὴ ἐπ' εὐθείας κειμένων, πρὸς ἀλλήλας τῶν γραμμῶν κλίσις.

8

Planus angulus est, duarũ linearũ in plano se mutuò tãgẽtium, & non in directum iacentium, alterius ad alteram inclinatio.

θ

Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν γραμμαὶ, εὐθεῖαι ὦσιν, εὐθύγραμμος καλεῖται ἡ γωνία.

9

Cùm autem quę angulum continent lineæ, rectæ fuerint, rectilineus ille angulus appellatur.

ι

Ὅταν δὲ εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα, τὰς ἐφεξῆς γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, ὀρθὴ ἐστὶν ἑκατέρα τῶν ἴσων γωνιῶν· καὶ ἡ ἐφεστηκυῖα εὐθεῖα κάθετος καλεῖται ἐφ' ἣν ἐφέστηκεν.

10

Cùm verò recta linea super rectam consistens lineam, eos qui sunt deinceps angulos æquales inter se fecerit: rectus est vterque æqualium angulorum: & quæ insistit recta linea, perpendicularis vocatur eius cui insistit.

ια

Ἀμβλεῖα γωνία ἐστὶν, ἡ μείζων ὀρθῆς.

11

Obtusus angulus est, qui recto maior est.

ιβ

Ὀξεῖα δὲ ἡ ἐλάσσων ὀρθῆς.

12

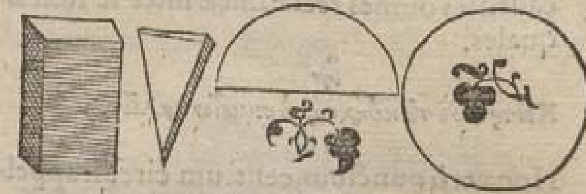
Acutus verò, qui minor est recto.

ιγ

Ὅρος ἐστὶν, ὅ τινός ἐστι πέρας.

13

Terminus est, quod alicuius extremum est.



ιδ

Σχῆμά ἐστι, τὸ ὑπό τινος, ἤ τινων ὅρων περιεχόμενον.

14

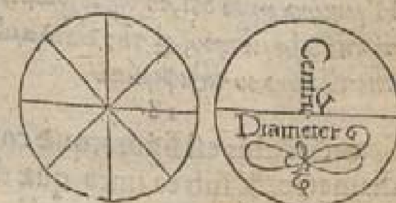
Figura est, quæ sub aliquo, vel aliquibus terminis comprehenditur.

ιε

Κύκλος ἐστὶ σχῆμα ἐπίπεδον, ὑπὸ μιᾶς γραμμῆς περιεχόμενον, ἣ καλεῖται περιφέρεια, πρὸς ἣν, ἀφ' ἑνὸς σημείου τῶν ἐντὸς τοῦ σχήματος κειμένων, πᾶσαι αἱ προσπίπτουσαι εὐθεῖαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

15

Circulus, est figura plana sub vna linea comprehē sa, quæ pe-



ripheria appellatur: ad quam ab vno puncto eorum, quæ intra figuram sunt posita, cadentes omnes rectæ lineæ inter se sunt æquales.

ιϛ

Κέντρον δὲ τοῦ κύκλου, τὸ σημεῖον καλεῖται.

16

Hoc verò punctum, centrum circuli appellatur.

ιζ

Διάμετρος δὲ τοῦ κύκλου ἐστὶν, εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη, καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, ἥτις καὶ δίχα τέμνει τὸν κύκλον.

17

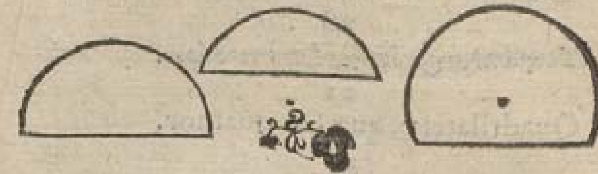
Diameter autem circuli est, recta quædam linea per centrum ducta, & ex vtraque parte in circuli peripheriam terminata, quę circulum bifariam secat.

ιη

Ἡμικύκλιον δὲ ἐστὶ, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῆς διαμέτρου, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἀπὸ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

18

Semicirculus est figura, quæ continetur sub diametro, & sub ea linea, quæ de circuli peripheria aufertur.



ιθ

Τμῆμα κύκλου ἐστὶ, τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας, καὶ κύκλου περιφερείας.

19

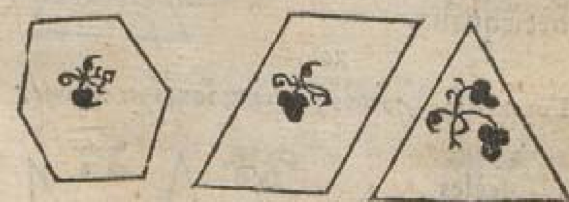
Segmentum circuli est, figura, quę sub recta linea, & circuli peripheria continetur.

κ

Εὐθύγραμμα σχήματά ἐστι, τὰ ὑπὸ εὐθειῶν περιεχόμενα.

20

Recti lineæ figuræ sunt, quæ sub rectis lineis continentur.



κα

Τρίπλευρα μὲν, τὰ ὑπὸ τριῶν.

21

Trilateræ quidem, quæ sub tribus.

κβ

Τετράπλευρα δὲ, τὰ ὑπὸ τεσσάρων.

22

Quadrilateræ, quæ ſub quatuor.

κγ

Πολύπλευρα δὲ, τὰ ὑπὸ πλειόνων ἢ τεσσάρων εὐθειῶν περιεχόμενα.

23

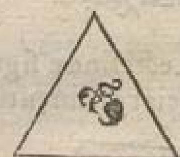
Multilateræ verò, quæ ſub pluribus quàm quatuor rectis lineis comprehenduntur.

κδ

Τῶν δὲ τριπλεύρων σχημάτων, ἰσόπλευρον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ τρεῖς ἴσας ἔχον πλευράς.

24

Trilaterarum porrò figurarum, æquilaterũ eſt triangulum, quod tria latera habet æqualia.



κε

Ἰσοσκελὲς δὲ, τὸ τὰς δύο μόνας ἴσας ἔχον πλευράς.

25

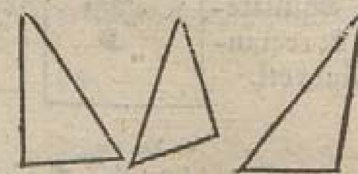
Iſoſceles autem, eſt quod duo tantùm æqualia habet latera.

κϛ

Σκαληνὸν δὲ, τὸ τὰς τρεῖς ἀνίσους ἔχον πλευράς.

26

Scalenũ verò, eſt quod tria inæqualia habet latera.



κζ

Ἔτι τε, τῶν τριπλεύρων σχημάτων, ὀρθογώνιον μὲν τρίγωνόν ἐστι, τὸ ἔχον ὀρθὴν γωνίαν.

27

Ad hęc etiam, trilaterarũ figurarũ, rectãgulum quidẽ triangulũ eſt, quod rectũ angulum habet.

κη

Ἀμβλυγώνιον δὲ, τὸ ἔχον ἀμβλεῖαν γωνίαν.

28

Amblygonium autem, quod obtuſum angulum habet.

κθ

Ὀξυγώνιον δὲ, τὸ τρεῖς ὀξείας ἔχον γωνίας.

29

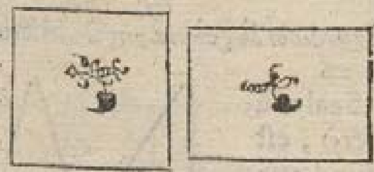
Oxygonium verò, quod tres habet acutos angulos.

λ

Τῶν δὲ τετραπλεύρων σχημάτων, τετράγωνον μέν ἐστιν, ὃ ἰσόπλευρόν τέ ἐστι, καὶ ὀρθογώνιον.

30

Quadrilaterarum autem figurarum, quadratum quidē eſt, quod & æquilaterũ & rectangulum eſt.



λα

Ἑτερόμηκες δὲ, ὃ ὀρθογώνιον μὲν, οὐκ ἰσόπλευρον δέ.

31

Altera parte longior figura eſt, quæ rectangula quidem, at æquilatera non eſt.

λβ

Ῥόμβος δὲ, ὃ ἰσόπλευρον μὲν, οὐκ ὀρθογώνιον δέ.

32

Rhombus autē, quæ æquilatera, ſed rectangula non eſt.

λγ

Ῥομβοειδὲς δὲ, τὸ τὰς ἀπεναντίον πλευράς τε καὶ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ἔχον, ὃ οὔτε ἰσόπλευρόν ἐστιν, οὔτε ὀρθογώνιον.

33

Rhomboides verò, quæ aduerſa & latera & angulos habens inter ſe æqualia, ne-

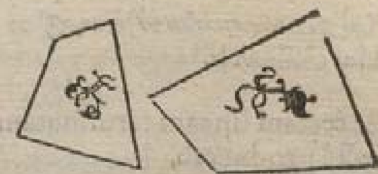
que æquilatera eſt, neque rectangula.

λδ

Τὰ δὲ παρὰ ταῦτα, τετράπλευρα, τραπέζια καλείσθω.

34

Præter has autem, reliquæ quadrilateræ figuræ, trapezia appellentur.



λε

Παράλληλοί εἰσιν εὐθεῖαι, αἵτινες ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι, καὶ ἐκβαλλόμεναι ἐπ' ἄπειρον, ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη, ἐπὶ μηδέτερα συμπίπτουσιν ἀλλήλαις.

35

Parallelæ rectæ lineæ ſunt, quæ cùm in eodē ſint plano, & ex vtraque parte in infinitum producãtur, in neutram ſibi mutuò incidunt.

Αἰτήματα.

α

Ἠτήσθω, ἀπὸ παντὸς σημείου ἐπὶ πᾶν σημεῖον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Poſtulata.

1

Poſtuletur, vt à quouis puncto in quoduis punctum, rectam lineam ducere concedatur.

β

Καὶ πεπερασμένην εὐθεῖαν, κατὰ τὸ συνεχὲς ἐπ' εὐθείας ἐκβάλλειν.

2

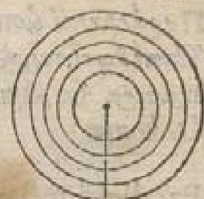
Et rectam lineam terminatam in cótinuum rectâ producere.

γ

Καὶ παντὶ κέντρῳ, καὶ διαστήματι κύκλον γράφεσθαι.

3

Item quouis centro, & interuallo circulum deſcribere.



Κοιναὶ ἔννοιαι.

α

Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.

Communes notiones.

1

Quæ eidem æqualia, & inter ſe ſunt æqualia.

β

Καὶ ἐὰν ἴσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἴσα.

2

Et ſi æqualibus æqualia adiecta ſint, tota ſunt æqualia.

γ

Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἴσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ καταλειπόμενά ἐστιν ἴσα.

3

Et ſi ab æqualibus æqualia ablata ſint, quæ relinquuntur ſunt æqualia.

δ

Καὶ ἐὰν ἀνίσοις ἴσα προστεθῇ, τὰ ὅλα ἐστὶν ἄνισα.

4

Et ſi inæqualibus æqualia adiecta ſint, tota ſunt inæqualia.

ε

Καὶ ἐὰν ἀπὸ ἀνίσων ἴσα ἀφαιρεθῇ, τὰ λοιπά ἐστιν ἄνισα.

5

Et ſi ab inæqualibus æqualia ablata ſint, reliqua ſunt inæqualia.

ϛ

Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ διπλάσια, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

6

Quæ eiuſdem duplicia ſunt, inter ſe ſunt æqualia.

ζ

Καὶ τὰ τοῦ αὐτοῦ ἡμίση, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

7

Et quę eiusdem sunt dimidia, inter se æqualia sunt.

η

Καὶ τὰ ἐφαρμόζοντα ἐπ' ἄλληλα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

8

Et quæ sibi mutuò congruunt, ea inter se sunt æqualia.

θ

Καὶ τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζόν ἐστι.

9

Totum est sua parte maius.

ι

Καὶ πᾶσαι αἱ ὀρθαὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

10

Item, omnes recti anguli sunt inter se æquales.

ια

Καὶ ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη γωνίας, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονας ποιῇ, ἐκβαλλόμεναι αἱ δύο αὗται εὐθεῖαι ἐπ' ἄπειρον, συμπεσοῦνται ἀλλήλαις ἐφ' ἃ μέρη εἰσὶν αἱ τῶν δύο ὀρθῶν ἐλάσσονες γωνίαι.

11

Et si in duas rectas lineas altera recta incidens, inter nos ad easdémque partes angulos duobus rectis minores faciat, duæ illæ rectæ lineę in infinitũ productæ sibi mutuò incident ad eas partes, vbi sunt anguli duobus rectis minores.

ιβ

Καὶ δύο εὐθεῖαι, χωρίον οὐ περιέχουσιν.

12

Duæ rectæ lineæ spatium non comprehendunt.

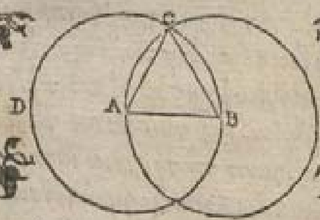
Προτάσεις.

α

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης, τρίγωνον ἰσόπλευρον συστήσασθαι.

Problema 1. Propositio 1.

Super data recta linea terminata, triãgulum æquilaterũ cõstituere.

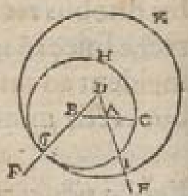


β

Πρὸς τῷ δοθέντι σημείῳ, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ ἴσην εὐθεῖαν θέσθαι.

Problema 2. Propositio 2.

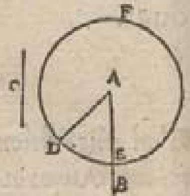
Ad datum punctum, datæ rectæ lineæ æqualem rectam lineam ponere.



γ

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν ἀνίσων ἀπὸ τῆς μείζονος τῇ ἐλάσσονι ἴσην εὐθεῖαν ἀφελεῖν.

Problema 3. Propositio 3.



Duabus datis rectis lineis inæqualibus, de maiore æqualem minori rectam lineam detrahere.

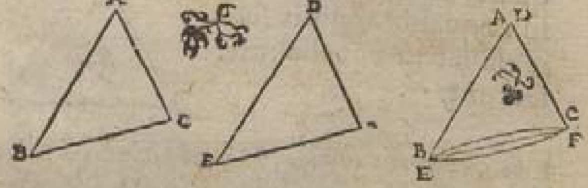
δ

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην: καὶ τὴν βάσιν τῇ βάσει ἴσην ἕξει, καὶ τὸ τρίγωνον τῷ τριγώνῳ ἴσον ἔσται, καὶ αἱ λοιπαὶ γωνίαι ταῖς λοιπαῖς γωνίαις ἴσαι ἔσονται, ἑκατέρα ἑκατέρᾳ, ὑφ' ἃς αἱ ἴσαι πλευραὶ ὑποτείνουσι.

Theorema primum. Propositio 4.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habeant, vtrunque vtrique, habeant verò & angulum angulo æqualem

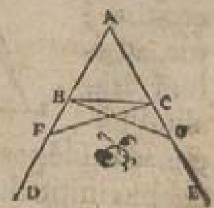
lem sub æqualibus rectis lineis contentum: & basin basi æqualem habebunt, erítque triangulum triangulo æquale, ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt, vterque vtrique, sub quibus æqualia latera subtenduntur.



ε

Τῶν ἰσοσκελῶν τριγώνων αἱ πρὸς τῇ βάσει γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί. Καὶ προσεκβληθεισῶν τῶν ἴσων εὐθειῶν, αἱ ὑπὸ τὴν βάσιν γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Theorema 2. Propositio 5.



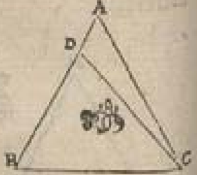
Isoscelium triangulorum qui ad basin sunt anguli, inter se sunt æquales: & si vlterius productæ sint æquales illæ rectæ lineæ, qui sub basi sunt anguli, inter se ęquales erunt.

ϛ

Ἐὰν τριγώνου αἱ δύο γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι, καὶ αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραὶ, ἴσαι ἀλλήλαις ἔσονται.

Theorema 3. Propositio 6.

Si trianguli duo anguli æquales inter se fuerint: & sub æqualib⁹ angulis subtensa latera æqualia inter se erunt.

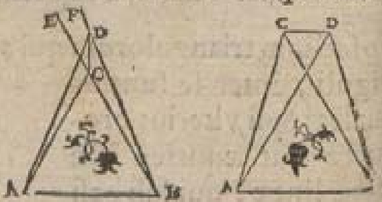


ζ

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, δυσὶ ταῖς αὐταῖς εὐθείαις ἄλλαι δύο εὐθεῖαι ἴσαι, ἑκατέρα ἑκατέρα, οὐ συσταθήσονται, πρὸς ἄλλῳ καὶ ἄλλῳ σημείῳ, ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι, ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις.

Theorema 4. Propositio 7.

Super eadem recta linea, duabus eisdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales, vtraque vtriq;, non constituẽtur, ad aliud atq; aliud pũctũ, ad easdẽ partes, eosdémq; terminos cũ duabus initio ductis rectis lineis habentes.

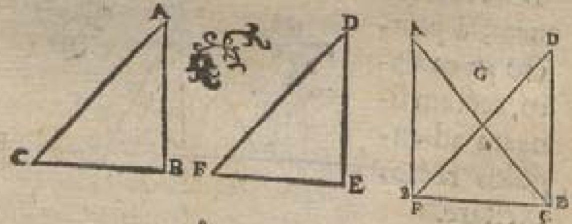


η

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρα, ἔχῃ δὲ καὶ βάσιν τῇ βάσει ἴσην: καὶ τὴν γωνίαν τῇ γωνίᾳ ἴσην ἕξει τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Theorema 5. Propositio 8.

Si duo triangula duo latera habuerint duobus lateribus, vtrunque vtrique, æqualia, habuerint verò & basin basi æqualem: angulum quoque sub æqualibus rectis lineis contentum angulo æqualem habebunt.

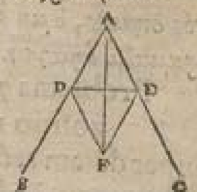


θ

Τὴν δοθεῖσαν γωνίαν εὐθύγραμμον δίχα τεμεῖν.

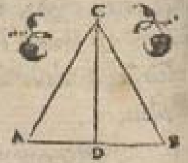
Problema 4. Propositio 9.

Datum angulum rectilineum bifariam secare.



ι

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην, δίχα τεμεῖν.



Problema 5. Propositio 10.

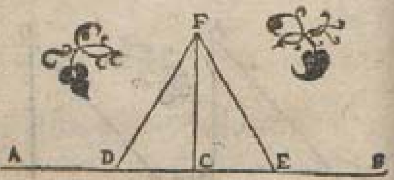
Datam rectam lineam finitam bifariam secare.

ια

Τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου, πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 6. Propositio 11.

Data recta linea, à puncto in ea dato, rectam lineam ad angulos rectos excitare.

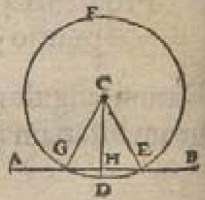


ιβ

Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον, ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, ὃ μή ἐστιν ἐπ' αὐτῆς, κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 7. Propositio 12.

Super datam rectam lineam infinitam, à dato puncto



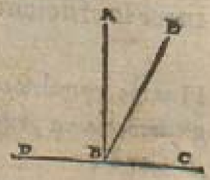
quod in ea non est, perpẽdicularem rectam deducere.

ιγ

Ὡς ἂν εὐθεῖα ἐπ' εὐθεῖαν σταθεῖσα, γωνίας ποιῇ, ἤτοι δύο ὀρθὰς, ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει.

Theorema 6. Propositio 13.

Cùm recta linea super rectam consistẽs lineam, angulos facit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet.

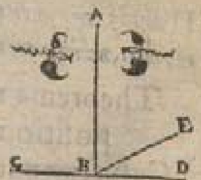


ιδ

Ἐὰν πρός τινι εὐθείᾳ, καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι, τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ' εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Theorema 7. Propositio 14.

Si ad aliquam rectam lineam, atque ad eius punctum, duæ rectæ lineæ non ad easdem partes ductæ, eos qui sunt deinceps angulos duobus rectis æquales fecerint, in directũ erunt inter se ipsæ rectæ lineæ.

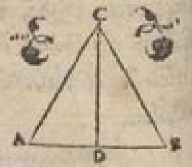


ιε

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ κο-

ι

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην, δίχα τεμεῖν.



Problema 5. Propoſitio 10.

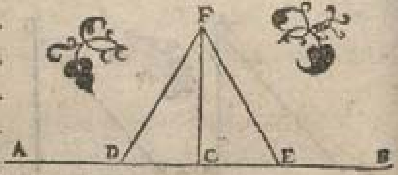
Datam rectam lineam finitam bifariam ſecare.

ια

Τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῇ δοθέντος σημείου, πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 6. Propoſitio 11.

Data recta linea, à puncto in ea dato, rectam lineam ad angulos rectos excitare.

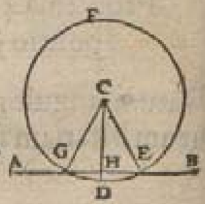


ιβ

Ἐπὶ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄπειρον, ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, ὃ μή ἐστιν ἐπ᾽ αὐτῆς, κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 7. Propoſitio 12.

Super datam rectam lineam infinitam, à dato puncto



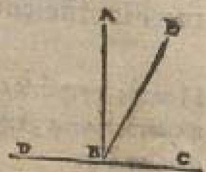
quod in ea non eſt, perpédicularem rectam deducere.

ιγ

Ὡς ἂν εὐθεῖα ἐπ᾽ εὐθεῖαν σταθεῖσα, γωνίας ποιῇ, ἤτοι δύο ὀρθὰς, ἢ δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιήσει.

Theorema 6. Propoſitio 13.

Cùm recta linea ſuper rectam conſiſtés lineam, angulos facit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet.

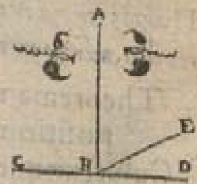


ιδ

Ἐὰν πρός τινι εὐθείᾳ, καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ δύο εὐθεῖαι μὴ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη κείμεναι, τὰς ἐφεξῆς γωνίας δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῶσιν, ἐπ᾽ εὐθείας ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Theorema 7. Propoſitio 14.

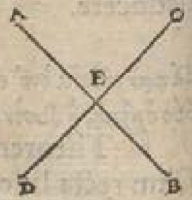
Si ad aliquam rectam lineam, atque ad eius punctum, duæ rectæ lineæ non ad eaſdem partes ductæ, eos qui ſunt deinceps angulos duobus rectis æquales fecerint, in directũ erunt inter ſe ipſæ rectæ lineæ.



ιε

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας, ἴσας ἀλλήλαις ποιήσουσι.

Theorema 8. Propositio 15.

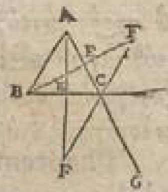


Si duæ rectæ lineæ se mutuò secuerint, angulos qui ad verticem sunt, æquales inter se efficient.

ιϛ

Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν ἐκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία, ἑκατέρας τῶν ἐντὸς καὶ ἀπεναντίον, μείζων ἐστί.

Theorema 9. Propositio 16.

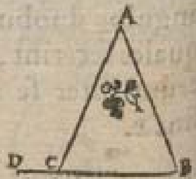


Cuiuscunque trianguli vno latere producto, externus angulus vtroq; interno & opposito maior est.

ιζ

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο γωνίαι, δύο ὀρθῶν ἐλάσσονές εἰσι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Theorema 10. Propositio 17.

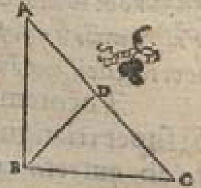


Cuiuscunque trianguli duo anguli duobus rectis sunt minores, omnifariã sumpti.

ιη

Παντὸς τριγώνου ἡ μείζων πλευρὰ τὴν μείζονα γωνίαν ὑποτείνει.

Theorema 11. Propositio 18.

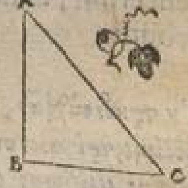


Omnis trianguli maius latus maiorẽ angulum subtendit.

ιθ

Παντὸς τριγώνου ὑπὸ τὴν μείζονα γωνίαν ἡ μείζων πλευρὰ ὑποτείνει.

Theorema 12. Propositio 19.

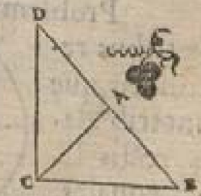


Omnis triãguli maior angulus maiori lateri subtẽditur.

κ

Παντὸς τριγώνου αἱ δύο πλευραὶ, τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι, πάντῃ μεταλαμβανόμεναι.

Theorema 13. Propositio 20.



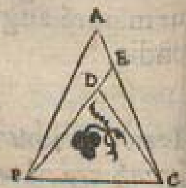
Omnis trianguli duo latera reliquo sunt maiora, quomodocunque assumpta.

κα

Ἐὰν τριγώνου ἐπὶ μιᾶς τῶν πλευρῶν ἀπὸ τῶν περάτων δύο εὐθεῖαι ἐντὸς συσταθῶσιν, αἱ συσταθεῖσαι, τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν ἐλάττονες μὲν ἔσονται, μείζονα δὲ γωνίαν περιέξουσι.

Theorema 14. Propositio 21.

Si super trianguli vno latere ab extremitatibus duæ rectæ lineæ interius constitutæ fuerint, hæ constitutæ reliquis trianguli duobus lateribus minores quidem erunt, maiorem verò angulum continebunt.

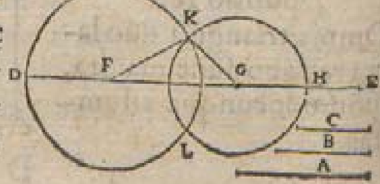


κβ

Ἐκ τριῶν εὐθειῶν, αἵ εἰσιν ἴσαι τρισὶ ταῖς δοθείσαις εὐθείαις, τρίγωνον συστήσασθαι. Δεῖ δὴ τὰς δύο τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι, πάντη μεταλαμβανομένας, διὰ τὸ καὶ παντὸς τριγώνου τὰς δύο πλευρὰς τῆς λοιπῆς μείζονας εἶναι, πάντη μεταλαμβανομένας.

Problema 8. Propositio 22.

Ex tribus rectislineis, quę sunt trib⁹ datis rectis lineis æquales,



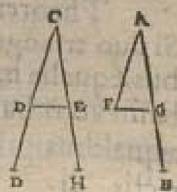
triangulum constituere. Oportet autem duas reliqua esse maiores, omnifariam sumptas: quoniam vniuscuiusque trianguli duo latera omnifariã sumpta, reliquo sunt maiora.

κγ

Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ ἴσην γωνίαν εὐθύγραμμον συστήσασθαι.

Problema 9. Propositio 23.

Ad datam rectam lineam datúmque in ea pũctum, dato angulo rectilineo ęqualem angulum rectilineum constituere.

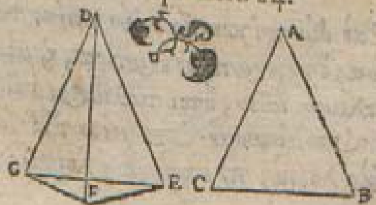


κδ

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν δὲ γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἔχῃ, τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην, καὶ τὴν βάσιν τῆς βάσεως μείζονα ἕξει.

Theorema 15. Propositio 24.

Si duo triãgula duo latera duobus lateribus æqua-



lia habuerint, vtrunque vtrique, angulum verò angulo maiorem sub æqualibus rectis lineis contentum : & basin basi maiorem habebunt.

κε

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, τὴν βάσιν δὲ τῆς βάσεως μείζονα ἔχῃ: καὶ τὴν γωνίαν τῆς γωνίας μείζονα ἕξει, τὴν ὑπὸ τῶν ἴσων εὐθειῶν περιεχομένην.

Theorema 16. Propositio 25.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, vtrunque vtrique, basin verò basi maiorem : & angulum sub æqualibus rectis lineis contētū angulo maiorem habebunt.

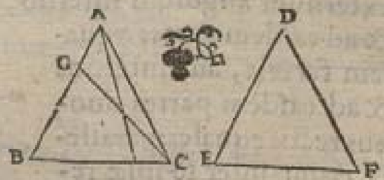
κϛ

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς δύο γωνίας ταῖς δυσὶ γωνίαις ἴσας ἔχῃ, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ μίαν πλευρὰν μιᾷ πλευρᾷ ἴσην, ἤτοι τὴν πρὸς ταῖς ἴσαις γωνίαις, ἢ ὑποτείνουσαν ὑπὸ μίαν τῶν ἴσων γωνιῶν: καὶ τὰς λοιπὰς πλευρὰς ταῖς λοιπαῖς πλευραῖς ἴσας

ἕξει, ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, καὶ τὴν λοιπὴν γωνίαν τῇ λοιπῇ γωνίᾳ.

Theorema 17. Propositio 26.

Si duo triangula duos angulos duobus angulis æquales habuerint, vtrunque vtrique, vnúmque latus vni lateri æquale, siue quod æqualibus adiacet angulis, seu quod vni æqualium angulorum subtenditur : & reliqua latera reliquis lateribꝰ æqualia, vtrunque vtrique, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

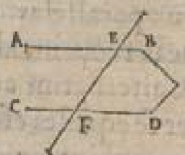


κζ

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα τὰς ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Theorema 18. Propositio 27.

Si in duas rectas lineas recta incidens linea alternatim angulos æquales inter se fecerit : parallelæ erunt inter se illæ rectæ lineæ.

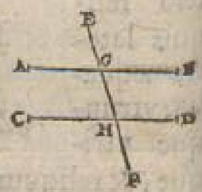


κη

Ἐὰν εἰς δύο εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τὴν ἐκτὸς γωνίαν τῇ ἐντὸς, καὶ ἀπεναντίον, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἴσην ποιῇ, ἢ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας ποιῇ, παράλληλοι ἔσονται ἀλλήλαις αἱ εὐθεῖαι.

Theorema 19. Propositio 28.

Si in duas rectas lineas recta incidens linea, externum angulum interno, & opposito, & ad easdem partes æqualem fecerit, aut internos & ad easdem partes duobus rectis equales: parallelæ erunt inter se ipsæ rectæ lineæ.

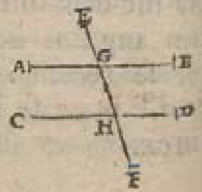


κθ

Ἡ εἰς τὰς παραλλήλους εὐθείας εὐθεῖα ἐμπίπτουσα, τάς τε ἐναλλὰξ γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιεῖ, καὶ τὴν ἐκτὸς τῇ ἐντὸς, καὶ ἀπεναντίον, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, ἴσην, καὶ τὰς ἐντὸς καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη δυσὶν ὀρθαῖς ἴσας.

Theorema 20. Propositio 29.

In parallelas rectas lineas recta incidens linea, & alternatim angulos inter se equales efficit, & externum interno, & oppo-



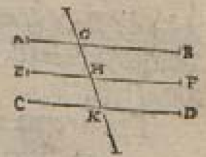
sito, & ad easdem partes æqualem, & internos & ad easdem partes duobus rectis æquales facit.

λ

Αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι, καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι.

Theorema 21. Propositio 30.

Quæ eidem rectæ lineæ parallelæ, & inter se sunt parallelæ.

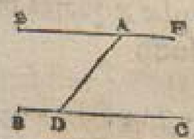


λα

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ παράλληλον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Problema 10. Propositio 31.

A dato puncto, datę rectæ lineæ parallelam rectam lineam ducere.

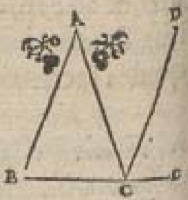


λβ

Παντὸς τριγώνου μιᾶς τῶν πλευρῶν προσεκβληθείσης, ἡ ἐκτὸς γωνία δυσὶ ταῖς ἐντὸς, καὶ ἀπεναντίον ἴση ἐστί. Καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Theorema 22. Propositio 32.

Cuiuscunque trianguli vno latere vlterius producto: externus angulus duobus internis & oppoſitis eſt æqualis. Et trianguli tres interni anguli duobus ſunt rectis æquales.

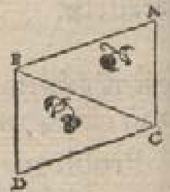


λγ

Αἱ τὰς ἴσας καὶ παραλλήλους ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπιζευγνύουσαι εὐθεῖαι, καὶ αὐταὶ ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσι.

Theorema 23. Propoſitio 33.

Rectæ lineæ quæ æquales & parallelas lineas ad partes eaſdem coniungunt, & ipſæ æquales & parallelæ ſunt.

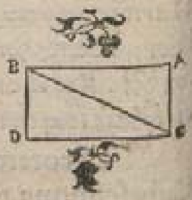


λδ

Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπεναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί: καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει.

Theorema 24. Propoſitio 34.

Parallelogrammorũ ſpatiorum æqualia ſunt inter ſe quæ ex aduerſo & latera & anguli: atque illa bi-



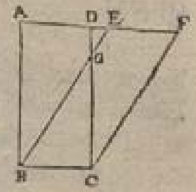
fariam ſecat diameter.

λε

Τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Theorema 25. Propoſitio 35.

Parallelogramma ſuper eadem baſi & in eiſdem parallelis conſtituta, inter ſe ſunt æqualia.

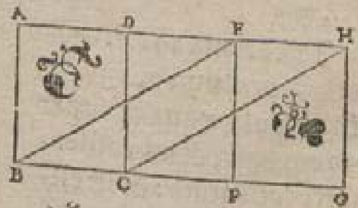


λϛ

Τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Theorema 26. Propoſitio 36.

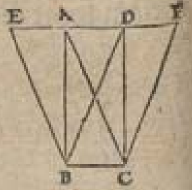
Parallelogramma ſuper ęqualibus baſibus, & in eiſdẽ parallelis conſtituta, inter ſe ſunt æqualia.



λζ

Τὰ τρίγωνα, τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Theorema 27. Propositio 37.

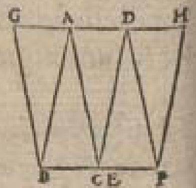


Triangula ſuper eadē baſi conſtituta, & in eiſdem parallelis, inter ſe ſunt æqualia.

λη

Τὰ τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις, ἴσα ἀλλήλοις εἰσί.

Theorema 28. Propoſitio 38.

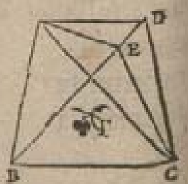


Triangula ſuper æqualibus baſibus conſtituta & in eiſdem parallelis, inter ſe ſunt æqualia.

λθ

Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα, καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστί.

Theorema 29. Propoſitio 39.



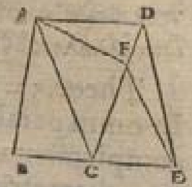
Triangula æqualia ſuper eadem baſi, & ad eaſdem partes cōſtituta: & in eiſdem ſunt parallelis.

μ

Τὰ ἴσα τρίγωνα τὰ ἐπὶ τῶν ἴσων βάσεων ὄντα καὶ ἐπὶ

ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ἐστίν.

Theor. 30. Propo. 40.

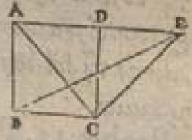


Triangula æqualia ſuper æqualibus baſibus & ad eaſdem partes conſtituta, & in eiſdē ſunt parallelis.

μα

Ἐὰν παραλληλόγραμμον τριγώνῳ βάσιν τε ἔχῃ τὴν αὐτὴν, καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ᾖ, διπλάσιον ἔσται τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου.

Theor. 31. Propo. 41.

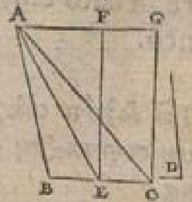


Si parallelogrammum cū triangulo eandē baſin habuerit, in eiſdémque fuerit parallelis, duplum erit parallelogrammum ipſius trianguli.

μβ

Τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι, ἐν τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ.

Problema 11. Propoſitio 42.



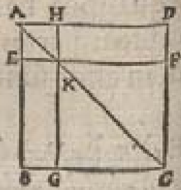
Dato triāgulo æquale parallelogrammum conſtituere in dato angulo rectilineo.

μγ

Παντὸς παραλληλογράμμου, τῶν περὶ τὴν διάμετρον παραλληλογράμμων τὰ παραπληρώματα, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Theor. 32. Propo. 43.

In omni parallelogrãmo, complementa eorum quæ circa diametrum ſunt parallelogrammorum, inter ſe ſunt æqualia.

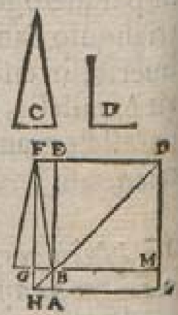


μδ

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Proble. 12. Propo. 44.

Ad datam rectam lineam, dato triangulo æquale parallelogrammum applicare in dato angulo rectilineo.

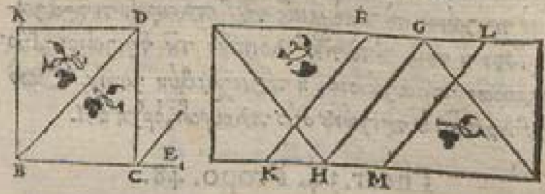


με

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον συστήσασθαι ἐν τῇ δοθείσῃ εὐθυγράμμῳ γωνίᾳ.

Proble. 13. Propo. 45.

Dato rectilineo ęquale parallelogrammum conſtituere in dato angulo rectilineo.

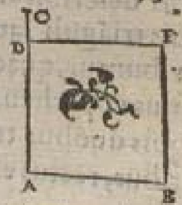


μϛ

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας τετράγωνον ἀναγράψαι.

Probl. 14. Propo. 46.

A data recta linea quadratum deſcribere.

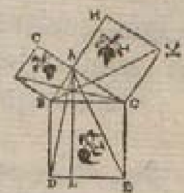


μζ

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις.

Theor. 33. Propo. 47.

In rectangulis triangulis, quadratum quod à latere rectum angulum ſubtendente deſcribitur, æquale eſt eis, quæ à lateribus



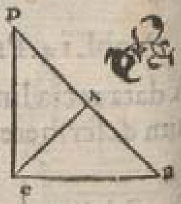
rectum angulum continentibus describuntur, quadratis.

μη

Ἐὰν τριγώνου τὸ ἀπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν τετράγωνον ἴσον ᾖ τοῖς ἀπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν τετραγώνοις, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λοιπῶν τοῦ τριγώνου δύο πλευρῶν, ὀρθή ἐστι.

Theor. 34. Propo. 48.

Si quadratum quod ab vno laterum trianguli describitur, æquale sit eis, quæ à reliquis triãguli lateribus describuntur, quadratis: angulus cõprehensus sub reliquis duobus triãguli lateribus, rectus est.



Finis Elementi primi.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM SECVNDVM.

ὍΡΟΙ.

α

ΠᾶΝ παραλληλόγραμμον ὀρθογώνιον, περιέχεσθαι λέγεται ὑπὸ δύο τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν.

DEFINITIONES.

1

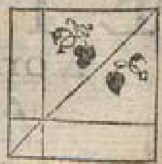
Omne parallelogrammũ rectangulum cõtineri dicitur sub rectis duabus lineis, quæ rectum comprehendunt angulum.

β

Παντὸς δὲ παραλληλογράμμου χωρίου, τῶν περὶ τὴν διάμετρον αὐτοῦ ἓν παραλληλογράμμων ὁποιονοῦν σὺν τοῖς δυσὶ παραπληρώμασι, γνώμων καλείσθω.

2

In omni parallelogrammo ſpatio, vnum quodlibet eorum quæ circa diametrum illius ſunt parallelogrammorum, cũ duobus cõplemẽtis, Gnomo vocetur.

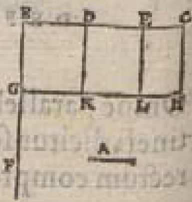


Πρότασις α.

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι, τμηθῇ δὲ ἡ ἑτέρα αὐτῶν εἰς ὅσα δηποτοῦν τμήματα, τὸ περιεχόμενον ὀρθογώνιον ὑπὸ τῶν δύο εὐθειῶν, ἴσον ἐστὶ τοῖς ὑπό τε τῆς ἀτμήτου καὶ ἑκάστου τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις.

Theor. 1. Propo. 1.

Si fuerint duæ rectæ lineæ, ſecetúrque ipſarum altera in quotcunque ſegmẽta: rectangulũ comprehẽſum ſub illis duabus rectis lineis, æquale eſt eis rectãgulis, quę ſub inſecta & quolibet ſegmentorum comprehenduntur.



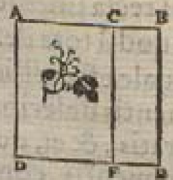
β

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὰ ὑπὸ τῆς

ὅλης καὶ ἑκατέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενα ὀρθογώνια, ἴσα ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνῳ.

Theor. 2. Propo. 2.

Si recta linea ſecta ſit vtcunque, rectãgula quę ſub tota & quolibet ſegmentorum comprehẽdũtur, æqualia ſunt ei, quod à tota ſit, quadrato.



γ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ὡς ἔτυχε τμηθῇ, τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ προειρημένου τμήματος τετραγώνῳ.

Theor. 3. Propo. 3.

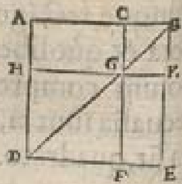
Si recta linea ſecta ſit vtcunque, rectangulum ſub tota & vno ſegmentorum comprehenſum, æquale eſt & illi, quod ſub ſegmentis comprehenditur, rectangulo, & illi, quod à prædicto ſegmento deſcribitur, quadrato.

δ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετράγωνον, ἴσον ἔσται τοῖς τε ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις, καὶ τῷ δὶς ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Theor. 4. Propo. 4.

Si recta linea ſecta ſit vtcũque: quadratum, quod à tota deſcribitur, ęquale eſt & illis quæ à ſegmentis deſcribuntur quadratis, & ei, quod bis ſub ſegmentis comprehenditur, rectangulo.

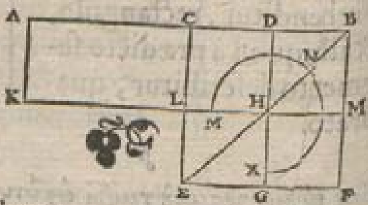


ε

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὸ ὑπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνῳ.

Theor. 5. Propo. 5.

Si recta linea ſecetur in æqualia & nó æqualia: rectangulum ſub inæqualibus ſegmentis totius comprehenſum vnà cum quadrato, quid ab intermedia ſectionum, æquale eſt ei quod à dimidia deſcribitur, quadrato.

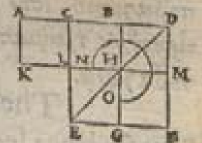


ϛ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ' εὐθείας, ὀρθογώνιον τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τῆς προσκειμένης περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς, ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

Theor. 6. Propo. 6.

Si recta linea biſariam ſecetur, & illi recta quædam linea in rectum adiiciatur, rectangulum comprehenſum ſub tota cum adiecta & adiecta, ſimul cum quadrato à dimidia, æquale eſt quadrato à linea, quę tum ex dimidia, tum ex adiecta componitur, tanquam ab vna deſcripto.



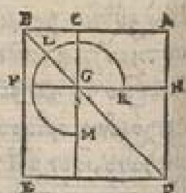
ζ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης, καὶ τὸ ἀφ' ἑνὸς τῶν τμημάτων, τὰ συναμφότερα τετράγωνα ἴσα ἐστὶ τῷ τε δὶς ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Theor. 7. Propo. 7.

Si recta linea ſecetur vtcunque: quod à

tota, quódque ab vno ſegmẽtorum, vtraque ſimul quadrata, æqualia ſunt & illi, quod bis ſub tota & dicto ſegmento comprehẽditur, rectangulo, & illi, quod à reliquo ſegmento fit, quadrato.

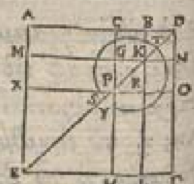


η

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ ὡς ἔτυχε, τὸ τετράκις ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ ἑνὸς τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μετὰ τοῦ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνου, ἴσον ἐστὶ τῷ τε ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ εἰρημένου τμήματος, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντι τετραγώνῳ.

Theor. 8. Propo. 8.

Si recta linea ſecetur vtcunque: rectangulum quater comprehenſum ſub tota & vno ſegmentorum, cum eo, quod à reliquo ſegmento fit, quadrato, æquale eſt ei, quod à tota & dicto ſegmento, tanquam ab vna linea deſcribitur, quadrato.



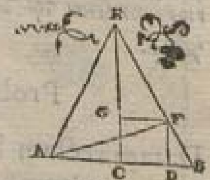
θ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ εἰς ἴσα καὶ ἄνισα, τὰ

ἀπὸ τῶν ἀνίσων τῆς ὅλης τμημάτων τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς μεταξὺ τῶν τομῶν τετραγώνου.

Theor. 9. Propo. 9.

Si recta linea ſecetur in æqualia & non æqualia: quadrata quæ ab inæqualibus totius ſegmentis fiunt, duplicia ſunt & eius quod à dimidia, & eius quod ab intermedia ſectionum fit, quadratorum.

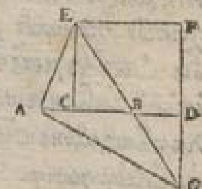


ι

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ τμηθῇ δίχα, προστεθῇ δέ τις αὐτῇ εὐθεῖα ἐπ᾽ εὐθείας, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης σὺν τῇ προσκειμένῃ, καὶ τὸ ἀπὸ τῆς προσκειμένης τὰ συναμφότερα τετράγωνα, διπλάσιά ἐστι τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς συγκειμένης ἔκ τε τῆς ἡμισείας καὶ τῆς προσκειμένης, ὡς ἀπὸ μιᾶς ἀναγραφέντος τετραγώνου.

Theor. 10. Propo. 10.

Si recta linea ſecetur bifariam, adiiciatur autem ei in rectum quępiam recta linea: quod à tota cũ adiuncta, & quod ab adiuncta, vtraque ſimul quadrata, duplicia ſunt & e-



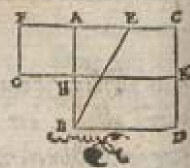
ius quod à dimidia, & eius quod à compoſita ex dimidia & adiuncta, tãquam ab vna deſcriptum ſit, quadratorum.

ια

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τεμεῖν, ὥστε τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἑτέρου τῶν τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον εἶναι τῷ ἀπὸ τοῦ λοιποῦ τμήματος τετραγώνῳ.

Probl. 1. Propo. 11.

Datam rectam lineam ſecare, vt comprehenſum ſub tota & altero ſegmentorum rectangulum, æquale ſit ei, quod à reliquo ſegmento fit, quadrato.

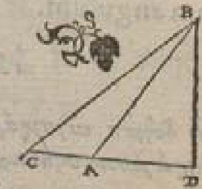


ιβ

Ἐν τοῖς ἀμβλυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, μεῖζόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ἀμβλεῖαν περιεχουσῶν πλευρῶν, τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ἀμβλεῖαν γωνίαν, ἐφ᾽ ἣν ἐκβληθεῖσαν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐκτὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ἀμβλείᾳ γωνίᾳ.

Theor. 11. Propo. 12.

In amblygoniis triãgulis, quadratum quod fit à latere angulum obtuſum ſubtendente, maius eſt quadratis quæ fiũt à lateribus obtuſum angulum comprehendentibus, pro quantitate rectanguli bis comprehenſi, & ab vno laterum quæ ſunt circa obtuſum angulum, in quod, cùm protractum fuerit, cadit perpendicularis, & ab aſſumpta exterius linea ſub perpẽdiculari prope angulum obtuſum.

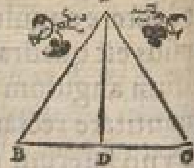


ιγ

Ἐν τοῖς ὀξυγωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀξεῖαν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον, ἔλαττόν ἐστι τῶν ἀπὸ τῶν τὴν ὀξεῖαν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνων, τῷ περιεχομένῳ δὶς ὑπό τε μιᾶς τῶν περὶ τὴν ὀξεῖαν γωνίαν, ἐφ᾽ ἣν ἡ κάθετος πίπτει, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ἐντὸς ὑπὸ τῆς καθέτου πρὸς τῇ ὀξείᾳ γωνίᾳ.

Theorema 12. Propo. 13.

In oxygoniis triangulis, quadratum à latere angulum acutum ſubtendente, minus eſt quadratis quæ fiunt à lateribus acutum angulum comprehendentibus, pro quantitate rectanguli bis comprehensi, & ab vno laterum, quæ sunt circa acutum angulū, in quod perpēdicularis cadit, & ab assumpta interius linea sub perpēdiculari prope acutum angulum.

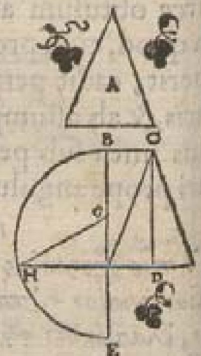


ιδ

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον τετράγωνον συστήσασθαι.

Probl. 2. Propo. 14.

Dato rectilineo æquale quadratum constituere.



Elementi secundi finis.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΤΡΙΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM TERTIVM.

ΟΡΟΙ.

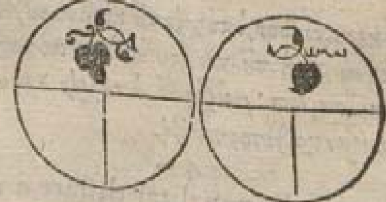
α

ΙΣΟΙ κύκλοι εἰσὶν, ὧν αἱ διάμετροι εἰσὶν ἴσαι: ἢ ὧν αἱ ἐκ τῶν κέντρων ἴσαι εἰσίν.

DEFINITIONES.

I

Æquales circuli sunt, quorū diametri sunt æquales, vel quorum quę ex cētris rectæ lineæ sunt æquales.

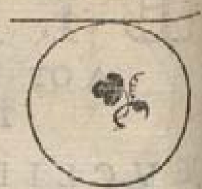


β

Εὐθεῖα κύκλου ἐφάπτεσθαι λέγεται, ἥτις ἁπτομένη τοῦ κύκλου, καὶ ἐκβαλλομένη, οὐ τέμνει τὸν κύκλον.

2

Recta linea circulum tangere dicitur, quæ cùm circulum tangat, si producatur, circulum non secat.

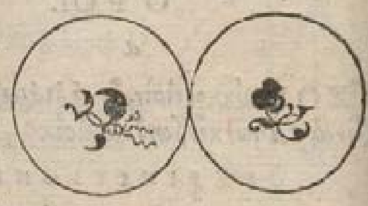


γ

Κύκλοι ἐφάπτεσθαι ἀλλήλων λέγονται, οἵτινες ἁπτόμενοι ἀλλήλων, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλους.

3

Circuli sese mutuò tágere dicuntur: qui sese mutuo tangétes, sese mutuò non secant.



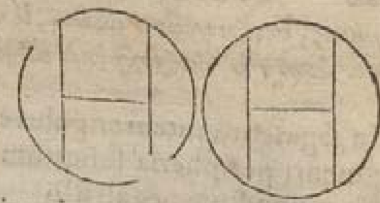
δ

Ἐν κύκλῳ ἴσον ἀπέχειν τοῦ κέντρου εὐθεῖαι λέγονται, ὅταν αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπ' αὐτὰς κάθετοι ἀγόμεναι ἴσαι ὦσι: μεῖζον δὲ ἀπέχειν λέγεται, ἐφ' ἣν ἡ μείζων κάθετος πίπτει.

4

In circulo æqualiter distare à centro rectæ lineæ dicuntur, cùm perpendiculares

res, quæ à centro in ipsas ducũtur, sunt æquales. Lógiùs autem abesse illa dicitur, in quam maior perpendicularis cadit.



ε

Τμῆμα κύκλου, ἐστὶ τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε εὐθείας καὶ κύκλου περιφερείας.

5

Segmentum circuli, est figura quæ sub recta linea & circuli peripheria comprehenditur.

ϛ

Τμήματος δὲ γωνία ἐστὶν, ἡ περιεχομένη ὑπό τε εὐθείας, καὶ κύκλου περιφερείας.

6

Segmenti autem angulus est, qui sub recta linea & circuli peripheria comprehenditur.

ζ

Ἐν τμήματι δὲ γωνία ἐστὶν, ὅταν ἐπὶ τῆς περιφερείας τοῦ τμήματος ληφθῇ τι σημεῖον, καὶ ἀπ' αὐτοῦ ἐπὶ τὰ πέρατα τῆς εὐθείας, ἥ ἐστι βάσις τοῦ τμή-

F

ματος, ἐπεζευχθῶσιν εὐθεῖαι, ἡ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν.

7

In ſegmento autem angulus eſt, cùm in ſegmenti peripheria ſumptum fuerit quodpiam punctum, & ab illo in terminos rectæ eius lineæ, quæ ſegmenti baſis eſt, adiunctæ fuerint rectæ lineæ: is, inquam, angulus ab adiunctis illis lineis cõprehenſus.

η

Ὅταν δὲ αἱ περιέχουσαι τὴν γωνίαν εὐθεῖαι ἀπολαμβάνωσί τινα περιφέρειαν, ἐπ' ἐκείνης λέγεται βεβηκέναι ἡ γωνία.

8

Cùm verò comprehendẽtes angulum rectæ lineæ aliquã aſſumunt peripheriam, illi angulus inſiſtere dicitur.

θ

Τομεὺς δὲ κύκλου ἐστὶν, ὅταν πρὸς τῷ κέντρῳ αὐτοῦ τοῦ κύκλου σταθῇ ἡ γωνία, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῶν τὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν περιφερείας.

9

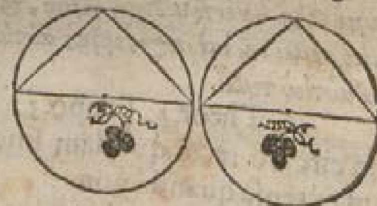
Sector autem circuli eſt, cùm ad ipſius circuli centrum conſtitutus fuerit angulus, comprehẽſa nimirum figura & à rectis lineis angulum continentibus, & à peripheria ab illis aſſumpta.

ι

Ὅμοια τμήματα κύκλου ἐστὶ, τὰ δεχόμενα γωνίας ἴσας: ἢ ἐν οἷς αἱ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

10

Similia circuli ſegmenta ſunt, quæ angulos capiunt æquales: aut in quibus anguli inter ſe ſunt æquales.



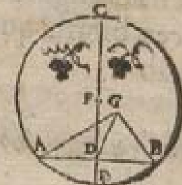
Προτάσεις.

α

Τοῦ δοθέντος κύκλου τὸ κέντρον εὑρεῖν.

Probl. 1. Propo. 1.

Dati circuli centrum reperire.



β

Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς περιφερείας ληφθῇ δύο τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ αὐτὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἐντὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου.

Theor. 1. Propo. 2.

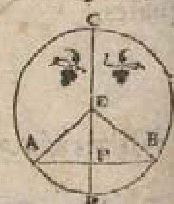
Si in circuli peripheria duo quælibet puncta accepta fuerint, recta linea quæ ad ipsa puncta adiungitur, intra circulum cadet.

γ

Ἐὰν ἐν κύκλῳ εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου, εὐθεῖάν τινα μὴ διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνῃ, καὶ πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τεμεῖ. καὶ ἐὰν πρὸς ὀρθὰς αὐτὴν τέμνῃ, καὶ δίχα αὐτὴν τεμεῖ.

Theor. 2. Propo. 3.

Si in circulo recta quædam linea per centrum extensa quandã non per centrum extensam bifariam secet: & ad angulos rectos ipsam secabit. Et si ad angulos rectos eã secet, bifariã quoque eam secabit.



δ

Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, μὴ

διὰ τοῦ κέντρου οὖσαι, οὐ τέμνουσιν ἀλλήλας δίχα.

Theor. 3. Propo. 4.

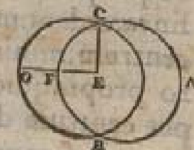
Si in circulo duæ rectæ lineæ sese mutuò secent nõ per centrum extensæ, sese mutuò bifariam nõ secabunt.

ε

Ἐὰν δύο κύκλοι τέμνωσιν ἀλλήλους, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Theor. 4. Propo. 5.

Si duo circuli sese mutuò secent, non erit illorum idem centrum.

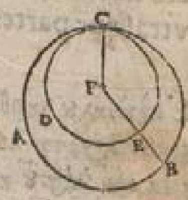


ϛ

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντὸς, οὐκ ἔσται αὐτῶν τὸ αὐτὸ κέντρον.

Theor. 5. Propo. 6.

Si duo circuli sese mutuò interius tangant, eorum non erit idem centrum.

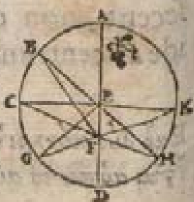


ζ

Ἐὰν κύκλου ἐπὶ τῆς διαμέτρου ληφθῇ τι σημεῖον, ὃ μή ἐστι κέντρον τοῦ κύκλου, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου προσπίπλωσιν εὐθεῖαί τινες πρὸς τὸν κύκλον: μεγίστη μὲν ἔσται ἐφ᾽ ἧς τὸ κέντρον, ἐλαχίστη δὲ ἡ λοιπή: τῶν δ᾽ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστί. Δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου προσπεσοῦνται πρὸς τὸν κύκλον, ἐφ᾽ ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Theor. 6. Propo. 7.

Si in diametro circuli quodpiam ſumatur punctum, quod circuli centrum non ſit, ab eóque puncto in circulum quædam rectæ lineæ cadant: maxima quidem erit ea in qua centrum, minima verò reliqua: aliarum vero propinquior illi quæ per centrum ducitur, remotiore ſemper maior eſt. Duæ autem ſolùm rectæ lineæ æquales ab eodẽ pũcto in circulum cadunt, ad vtraſque partes minimæ.

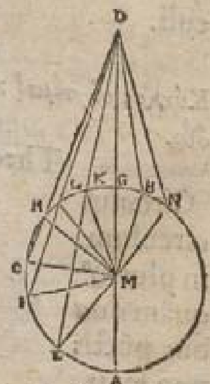


Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον διαχθῶσιν εὐθεῖαί τινες, ὧν μία μὲν διὰ τοῦ κέντρου, αἱ δὲ λοιπαὶ ὡς ἔτυχε: τῶν μὲν πρὸς τὴν κοίλην περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, μεγίστη μὲν ἡ διὰ τοῦ κέντρου, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς διὰ τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μεί-

ζων ἔσται. τῶν δὲ πρὸς τὴν κυρτὴν περιφέρειαν προσπιπτουσῶν εὐθειῶν, ἐλαχίστη μέν ἐστιν ἡ μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς διαμέτρου. τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τῆς ἐλαχίστης, τῆς ἀπώτερόν ἐστιν ἐλάττων. Δύο δὲ μόνον εὐθεῖαι ἴσαι προσπεσοῦνται ἀπὸ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον, ἐφ᾽ ἑκάτερα τῆς ἐλαχίστης.

Theor. 7. Propo. 8.

Si extra circulum ſumatur punctum quodpiam, ab eóque puncto ad circulum deducantur rectæ quædam lineæ, quarum vna quidem per centrum protendatur, reliquæ verò vt libet: in cauam peripheriam cadentium rectarum linearum maxima quidem eſt illa, quæ per centrum ducitur: aliarum autem propinquior ei, quæ per centrum tranſit, remotiore ſemper maior eſt. In conuexam verò peripheriam cadẽtium rectarum linearum, minima quidem eſt illa, quæ inter punctum & diametrum interponitur: aliarum autem, ea quæ propinquior eſt minimæ, remotiore ſemper minor eſt. Duæ autẽ tantùm rectæ lineæ æquales ab eo



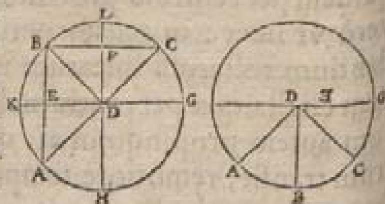
puncto in ipsum circulum cadũt, ad vtrasq; partes minimæ.

θ

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐντὸς, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι πλείους ἢ δύο εὐθεῖαι ἴσαι, τὸ ληφθὲν σημεῖον, κέντρον ἐστὶ τοῦ κύκλου.

Theor. 8. Propo. 9.

Si in circulo acceptum fuerit punctum aliquod, & ab eo puncto ad circulum cadant plures quàm duæ rectæ lineæ ęquales, acceptũ pũctum centrũ ipsius est circuli.

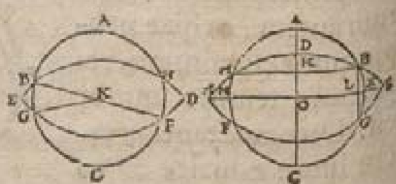


ι

Κύκλος οὐ τέμνει κύκλον κατὰ πλείονα σημεῖα, ἢ δύο.

Theor. 9. Propo. 10.

Circulus circulum in pluribꝰ quàm duobus pũctis non secat.

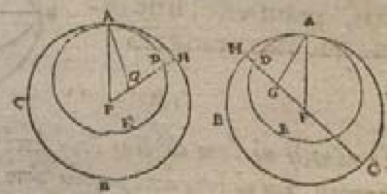


ια

Ἐὰν δύο κύκλοι ἐφάπτωνται ἀλλήλων ἐντὸς, καὶ ληφθῇ αὐτῶν τὰ κέντρα, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα, αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα καὶ ἐκβαλλομένη, ἐπὶ τὴν συναφὴν πεσεῖται τῶν κύκλων

Theor. 10. Propo. 11.

Si duo circuli sese intus contingant, atque accepta fuerint eorum cẽtra, ad eorum centra adiuncta recta linea & producta, in cõtactum circulorũ cadet.

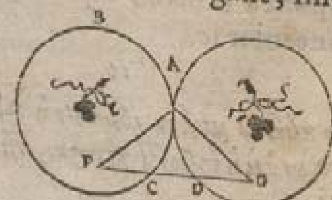


ιβ

Ἐὰν δύο κύκλοι ἅπτωνται ἀλλήλων ἐκτὸς, ἡ ἐπὶ τὰ κέντρα αὐτῶν ἐπιζευγνυμένη, διὰ τῆς ἐπαφῆς ἐλεύσεται.

Theor. 11. Propo. 12.

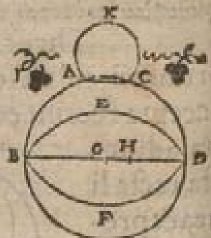
Si duo circuli sese exterius cõtingant, linea recta quæ ad cẽtra eorum adiungitur, per contactũ illum transibit.



ιγ

Κύκλος κύκλου οὐκ ἐφάπτεται πλείονα σημεῖα ἢ καθ' ἕν, ἐάν τε ἐντὸς ἐάν τε ἐκτὸς ἐφάπτηται.

Theor.12. Propo.13.

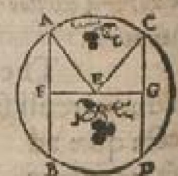


Circulus circulum non tangit in pluribus punctis, quàm vno, siue intus siue extra tangat.

ιδ

Ἐν κύκλῳ αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου. καὶ αἱ ἴσον ἀπέχουσαι ἀπὸ τοῦ κέντρου, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.

Theor. 13. Propo. 14.

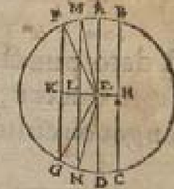


In circulo æquales rectæ lineæ æqualiter distant à centro. Et quæ æqualiter distant à centro, æquales sunt inter se.

ιε

Ἐν κύκλῳ μεγίστη μὲν ἐστὶν ἡ διάμετρος, τῶν δὲ ἄλλων ἀεὶ ἡ ἔγγιον τοῦ κέντρου, τῆς ἀπώτερον μείζων ἐστίν.

Theor. 14. Propo. 15.



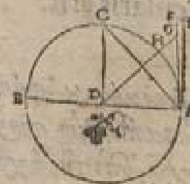
In circulo maxima quidē linea est diameter : aliarum autem propinquior centro, remotiore semper maior.

ιϛ

Ἡ τῇ διαμέτρῳ τοῦ κύκλου πρὸς ὀρθὰς ἀπ' ἄκρας ἀγομένη, ἐκτὸς πεσεῖται τοῦ κύκλου, καὶ εἰς τὸν μεταξὺ τόπον τῆς τε εὐθείας καὶ τῆς περιφερείας ἑτέρα εὐθεῖα οὐ παρεμπεσεῖται, καὶ ἡ μὲν τοῦ ἡμικυκλίου γωνία, ἁπάσης ὀξείας γωνίας εὐθυγράμμου μείζων ἐστίν, ἡ δὲ λοιπή, ἐλάττων

Theor. 15. Propo. 16.

Quæ ab extremitate diametri cuiusque circuli ad angulos rectos ducitur, extra ipsum circulum cadet, & in locum inter ipsam rectam lineam & peripheriā comprehensum, altera recta linea nō cadet.

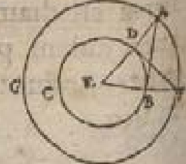


Et semicirculi quidē angulus quouis angulo acuto rectilineo maior est, reliquus autem minor.

ιζ

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου, τοῦ δοθέντος κύκλου ἐφαπτομένην εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Proble. 2. Propo. 17.

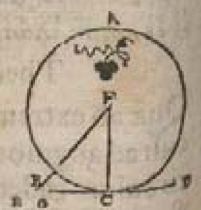


A dato puncto rectam lineam ducere, quæ datum tangat circulum.

ιη

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν ἁφὴν ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα, ἡ ἐπιζευχθεῖσα κάθετος ἔσται ἐπὶ τὴν ἀπτομένην.

Theor. 16. Propo. 18.



Si circulũ tãgat recta quæpiam linea, à centro autem ad contactum adiungatur recta quædam linea: quæ adiuncta fuerit, ad ipsam contingentem perpendicularis erit.

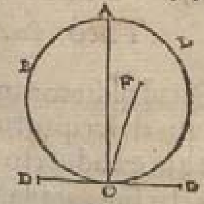
ιθ

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς τῇ ἐφαπτομένῃ πρὸς ὀρθὰς γωνίας εὐθεῖα γραμμὴ ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς ἀχθείσης ἔσται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

Theor. 17. Propo. 19.

Si circulum tetigerit recta quæpiam linea, à

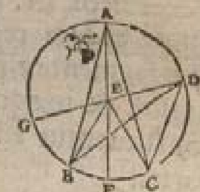
contactu autem recta linea ad angulos rectos ipsi tangenti excitetur, in excitata erit centrum circuli.



κ

Ἐν κύκλῳ ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία, διπλασίων ἐστὶ τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ, ὅταν τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν ἔχωσιν αἱ γωνίαι.

Theor. 18. Propo. 20.

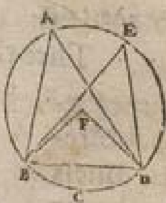


In circulo angulus ad centrum duplex est anguli ad peripheriam, cùm fuerit eadẽ peripheria basis angulorum.

κα

Ἐν κύκλῳ αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί.

Theor. 19. Propo. 21.



In circulo, qui in eodem segmẽto sunt anguli, sunt inter se æquales.

κβ

Τῶν ἐν τοῖς κύκλοις τετραπλεύρων αἱ ἀπεναντίον γωνίαι, δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

Theor. 20. Propo. 22.

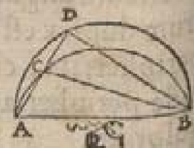
Quadrilaterorum in circulis descriptorum anguli qui ex aduerso, duobus rectis sunt æquales.

κγ

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, δύο τμήματα κύκλων ὅμοια καὶ ἄνισα οὐ συσταθήσονται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.

Theor. 21. Propo. 23.

Super eadem recta linea, duo segmenta circulorum similia & inæqualia non constituentur ad easdem partes.



κδ

Τὰ ἐπὶ ἴσων εὐθειῶν ὅμοια τμήματα κύκλων, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Theor. 22. Propo. 24.

Super æqualib⁹ rectis lineis similia circulorum segmenta

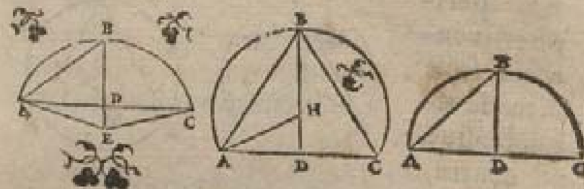
sunt inter se æqualia.

κε

Κύκλου τμήματος δοθέντος, προσαναγράψαι τὸν κύκλον, οὗπέρ ἐστι τμῆμα.

Probl. 3. Propo. 25.

Circuli segmẽto dato, describere circulum, cuius est segmentum.

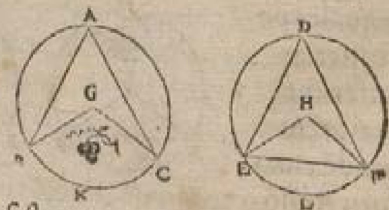


κϛ

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ ἴσαι γωνίαι ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβήκασιν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

Theor. 23. Propo. 26.

In æqualibus circulis, æquales anguli æqualibus peripheriis insistũt siue ad centra, siue ad peripherias constituti insistant.

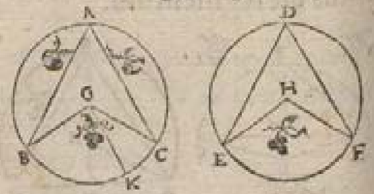


κζ

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις, αἱ ἐπὶ ἴσων περιφερειῶν βεβηκυῖαι γωνίαι, ἴσαι ἀλλήλαις εἰσὶν, ἐάν τε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάν τε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι.

Theor. 24. Propo. 27.

In æqualibus circulis, anguli qui æqualibus peripheriis insistũt, sunt inter se æquales siue ad centra, siue ad peripherias constituti insistant.

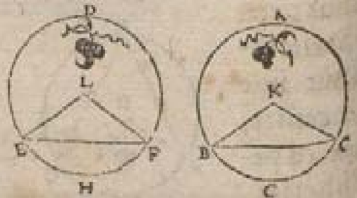


κη

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ ἴσαι εὐθεῖαι ἴσας περιφερείας ἀφαιροῦσι, τὴν μὲν μείζονα, τῇ μείζονι, τὴν δὲ ἐλάττονα, τῇ ἐλάττονι.

Theor. 25. Propo. 28.

In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ æquales peripherias auferunt, maiorem quidẽ, maiori, minorem autem, minori.



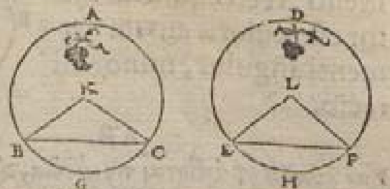
Ἐν

κθ

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις ὑπὸ τὰς ἴσας περιφερείας ἴσαι εὐθεῖαι ὑποτείνουσι.

Theor. 26. Propo. 29.

In æqualibus circulis, æquales peripherias æquales rectæ lineæ subtendunt.

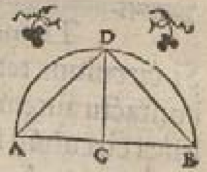


λ

Τὴν δοθεῖσαν περιφέρειαν δίχα τέμνειν.

Proble. 4. Propo. 30.

Datam peripheriam bifariam secare.

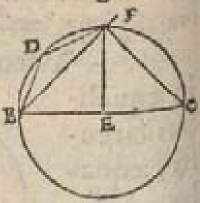


λα

Ἐν κύκλῳ, ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία ὀρθή ἐστιν, ἡ δὲ ἐν τῷ μείζονι τμήματι, ἐλάττων ὀρθῆς, ἡ δὲ ἐν τῷ ἐλάττονι, μείζων ὀρθῆς: καὶ ἔτι ἡ μὲν τοῦ μείζονος τμήματος γωνία, μείζων ἐστὶν ὀρθῆς, ἡ δὲ τοῦ ἐλάττονος τμήματος γωνία, ἐλάττων ἐστὶν ὀρθῆς.

Theor. 27. Propo. 31.

In circulo angulus qui in semicirculo, rectus eſt: qui autem in maiore ſegmento, minor recto: qui verò in minore ſegmento, maior eſt recto. Et inſuper angulus maioris ſegmenti, recto quidem maior eſt: minoris autem ſegmenti angulus, minor eſt recto.

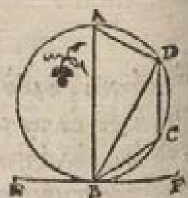


λβ

Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα, ἀπὸ δὲ τῆς ἁφῆς ἐπὶ τὸν κύκλον διαχθῇ τις εὐθεῖα τέμνουσα τὸν κύκλον: ἃς ποιεῖ γωνίας πρὸς τῇ ἐφαπτομένῃ, ἴσαι ἔσονται ταῖς ἐν τοῖς ἐναλλὰξ τοῦ κύκλου τμήμασι γωνίαις.

Theor. 28. Propo. 32.

Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem producatur quædam recta linea circulum ſecans: anguli quos ad contingentem facit, æquales ſunt iis qui in alternis circuli ſegmentis conſiſtunt, angulis.

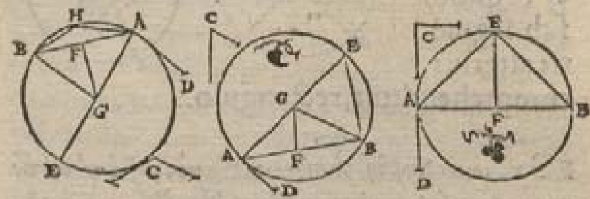


λγ

Ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας γράψαι τμῆμα κύκλου δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Proble. 5. Propo. 33.

Super data recta linea deſcribere ſegmentum circuli quod capiat angulum æqualem dato angulo rectilineo.

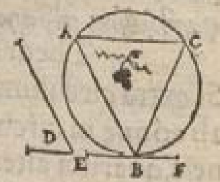


λδ

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος κύκλου τμῆμα ἀφελεῖν δεχόμενον γωνίαν ἴσην τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.

Probl. 6. Propo. 34.

A dato circulo ſegmentū abſcindere capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.

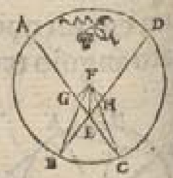


λε

Ἐὰν ἐν κύκλῳ δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὸ ὑπὸ τῶν τῆς μιᾶς τμημάτων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν τῆς ἑτέρας τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ.

Theor. 29. Propo. 35.

Si in circulo duæ rectæ lineæ ſeſe mutuò secuerint, rectangulum comprehésum sub segmentis vnius, æquale est ei, quod sub segmétis alterius comprehenditur, rectangulo.

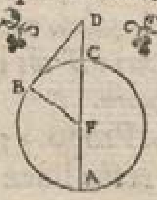


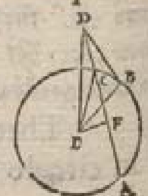
λϛ

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, καὶ ἀπ' αὐτοῦ πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ ἐφάπτηται, ἔσται τὸ ὑπὸ ὅλης τῆς τεμνούσης, καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας, περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τετραγώνῳ.

Theor. 30. Propo. 36.

Si extra circulum sumatur punctũ aliquod, ab eóque in circulum cadant duæ rectæ lineæ, quarum altera quidem circulum secet, altera verò tangat: quod sub tota secante, & exterius inter punctum & conuexaper mipheriã assumpta cõprehenditur rectãgulum, æ-





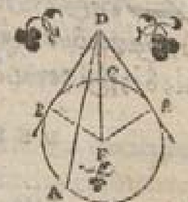
quale erit ei, quod à tangente describitur, quadrato.

λζ

Ἐὰν κύκλου ληφθῇ τι σημεῖον ἐκτός, ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου πρὸς τὸν κύκλον προσπίπτωσι δύο εὐθεῖαι, καὶ ἡ μὲν αὐτῶν τέμνῃ τὸν κύκλον, ἡ δὲ προσπίπτῃ, ᾖ δὲ τὸ ὑπὸ τῆς ὅλης τεμνούσης, καὶ τῆς ἐκτὸς ἀπολαμβανομένης μεταξὺ τοῦ τε σημείου καὶ τῆς κυρτῆς περιφερείας, ἴσον τῷ ἀπὸ τῆς προσπιπτούσης: ἡ προσπίπτουσα ἐφάψεται τοῦ κύκλου.

Theor. 31. Propo. 37.

Si extra circulum sumatur punctũ aliquod, ab eóque puncto in circulum cadãt duæ rectæ lineæ, quarum altera circulum secet, altera in eum incidat, sit autem quod sub tota secante & exterius inter punctum & conuexam peripheriã assumpta, comprehenditur rectãgulum, æquale ei, quod ab incidente describitur quadrato: incidés ipsa circulum tanget.



Elementi tertii finis.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM QVARTVM.

ὍΡΟΙ.

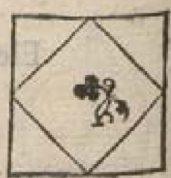
α

Σχῆμα εὐθύγραμμον εἰς σχῆμα εὐθύγραμμον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη τῶν τοῦ ἐγγραφομένου σχήματος γωνιῶν, ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται, ἅπτηται.

DEFINITIONES.

1

Figura rectilinea in figura rectilinea inscribi dicitur, cùm singuli eius figuræ quæ inscribitur, anguli singula latera eius, in qua



inscribitur, tangunt.

β

Σχῆμα δὲ ὁμοίως περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τοῦ περιγραφομένου, ἑκάστης γωνίας τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται, ἅπτηται.

2

Similiter & figura circum figuram describi dicitur, quum singula eius quæ circunscribitur, latera singulos eius figuræ angulos tetigerint, circum quam illa describitur.

γ

Σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον εἰς κύκλον ἐγγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη γωνία τοῦ ἐγγραφομένου ἅπτηται τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

3

Figura rectilinea in circulo inscribi dicitur, quum singuli eius figuræ quæ inscribitur, anguli tetigerint circuli peripheriam.

δ

Σχῆμα δὲ εὐθύγραμμον περὶ κύκλον περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἑκάστη πλευρὰ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, τοῦ περιγραφομένου ἐφάπτηται.

4

Figura verò rectilinea circa circulũ describi dicitur, quum singula latera eius, quę circum scribitur, circuli peripheriã tangunt.

ε

Κύκλος δὲ ὁμοίως εἰς σχῆμα λέγεται ἐγγράφεσθαι, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια, ἑκάστης πλευρᾶς τοῦ εἰς ὃ ἐγγράφεται, ἅπτηται.

5

Similiter & circulus in figura rectilinea inscribi dicitur, quum circuli peripheria singula latera tangit eius figuræ, cui inscribitur.

ζ

Κύκλος δὲ περὶ σχῆμα περιγράφεσθαι λέγεται, ὅταν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια, ἑκάστης γωνίας τοῦ περὶ ὃ περιγράφεται, ἅπτηται.

6

Circulus autẽ circum figuram describi dicitur, quum circuli peripheria singulos tangit eius figuræ, quam circunscribit, angulos.

η

Εὐθεῖα εἰς κύκλον ἐναρμόζεσθαι λέγεται, ὅταν τὰ πέρατα αὐτῆς ἐπὶ τῆς περιφερείας ᾖ τοῦ κύκλου.

7

Recta linea in circulo accommodari seu

coaptari dicitur, quũ eius extrema in circuli peripheria fuerint.

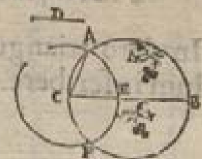
Προτάσεις.

α

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ μὴ μείζονι οὔσῃ τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου, ἴσην εὐθεῖαν ἐναρμόσαι.

Probl. 1. Propo. 1.

In dato circulo, rectam lineam accómodare æqualem datæ rectæ lineæ, quæ circuli diametro non sit maior.

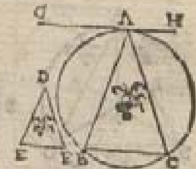


β

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον ἐγγράψαι.

Probl. 2. Propo. 2.

In dato circulo, triangulum describere dato triãgulo æquiangulum.

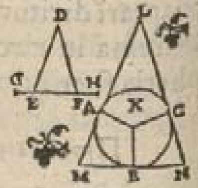


γ

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἰσογώνιον τρίγωνον περιγράψαι.

Probl. 3. Propo. 3.

Circa datum circulum triangulum describere dato triangulo æquiangulum.

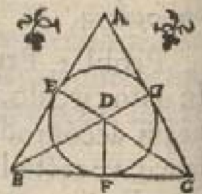


δ

Εἰς τὸ δοθὲν τρίγωνον, κύκλον ἐγγράψαι.

Probl. 4. Propo. 4.

In dato triangulo, circulum inscribere.

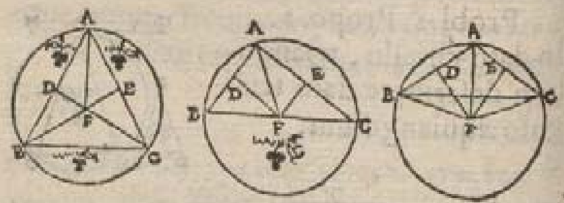


ε

Περὶ τὸ δοθὲν τρίγωνον, κύκλον περιγράψαι.

Probl. 5. Propo. 5.

Circa datum triangulum, circulum describere.

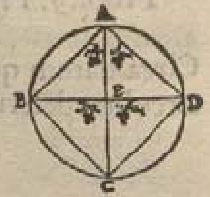


ϛ

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, τετράγωνον ἐγγράψαι.

Probl. 6. Propo. 6.

In dato circulo, quadratũ describere.

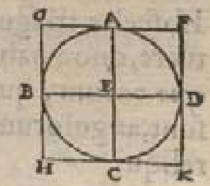


ζ

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, τετράγωνον περιγράψαι.

Probl. 7. Propo. 7.

Circa datũ circulum, quadratum describere.

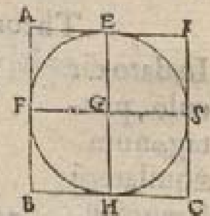


η

Εἰς τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον ἐγγράψαι.

Probl. 8. Propo. 8.

In dato quadrato, circulũ inscribere.

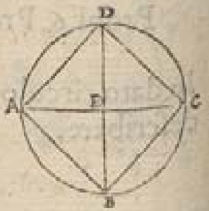


θ

Περὶ τὸ δοθὲν τετράγωνον, κύκλον περιγράψαι.

Probl. 9. Propo. 9.

Circa datum quadratum, circulum describere.

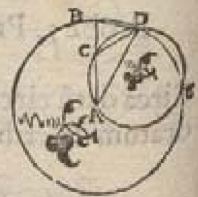


ι

Ισοσκελὲς τρίγωνον συστήσασθαι, ἔχον ἑκατέραν τῶν πρὸς τῇ βάσει γωνιῶν, διπλασίονα τῆς λοιπῆς.

Probl. 10. Propo. 10.

Isosceles triãgulum cõstituere, quod habeat vtrunque eorum, qui ad basin sunt, angulorum, duplum reliqui.

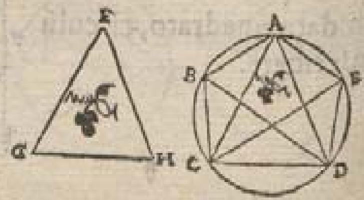


ια

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Theor. 11. Propo. 11.

In dato circulo, pentagωnum æquilaterũ & æquiangulum inscribere.

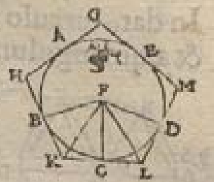


ιβ

Περὶ τὸν δοθέντα κύκλον, πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον περιγράψαι.

Probl. 12. Propo. 12.

Circa datum circulum, pentagωnum æquilaterum & ęquiangulum describere.

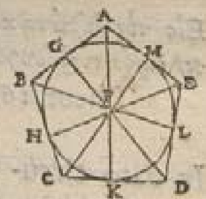


ιγ

Εἰς τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον ἐγγράψαι.

Proble. 13. Propo. 13.

In dato pentagωno æquilatero & æquiangulo, circulum inscribere.

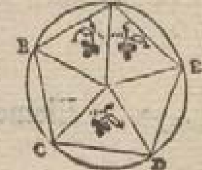


ιδ

Περὶ τὸ δοθὲν πεντάγωνον, ὅ ἐστιν ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, κύκλον περιγράψαι.

Probl. 14. Propo. 14.

Circa datum pentagωnum æquilaterum & æquiangulum, circulum describere.

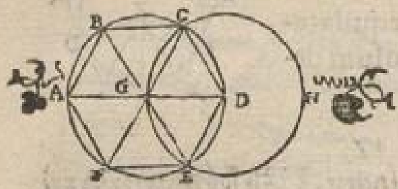


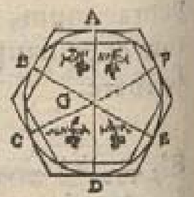
ιε

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλιν, ἑξάγωνον ἰσόπλευρόν τε ϗ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Probl. 15. Propo. 15.

In dato circulo, hexagonum & æquilaterū & æquiangulum inscribere.



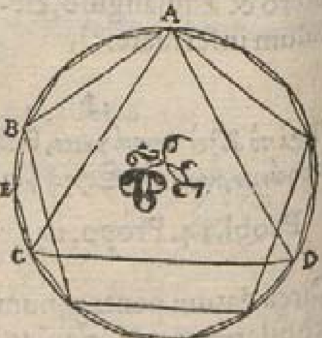


ις

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον, πεντεκαιδεκάγωνον ἰσόπλευρόν τε ϗ ἰσογώνιον ἐγγράψαι.

Theor. 16. Propo. 16.

In dato circulo, quintidecagonū & ęquilaterum & æquiangulū describere.



Elementi quarti finis.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΠΕΜΠΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTUM QVINTVM.

ὍΡΟΙ.

α

Μέρος ἐστὶ μέγεθος μεγέθους, τὸ ἔλασσον τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸ μεῖζον.

DEFINITIONES.

1

Pars est magnitudo magnitudinis minor maioris, quum minor metitur maiorem.

β

Πολλαπλάσιον δὲ τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος.

2

Multiplex autem est maior minoris, cùm minor metitur maiorem.

γ

Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἡ κατὰ πηλικότητα πρὸς ἄλληλα ποιὰ σχέσις.

3

Ratio, est duarum magnitudinum eiusdem generis mutua quædam secundum quantitatem habitudo.

δ

Ἀναλογία δὲ ἐστιν, ἡ τῶν λόγων ὁμοιότης.

4

Proportio verò, est rationum similitudo.

ε

Λόγον ἔχειν πρὸς ἄλληλα μεγέθη λέγεται, ἃ δύναται πολλαπλασιαζόμενα ἀλλήλων ὑπερέχειν.

5

Rationē habere inter se magnitudines dicuntur, quæ possunt multiplicatæ sese mutuò superare.

ϛ

Ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ μεγέθη λέγεται εἶναι, πρῶτον πρὸς δεύτερον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ὅταν τὰ τοῦ πρώτου καὶ τρίτου ἰσάκις πολλαπλάσια, τῶν τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου ἰσάκις πολλαπλασίων καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν, ἑκάτερον ἑκατέρου ἢ ἅμα ἐλλείπῃ, ἢ ἅμα ἴσα ᾖ, ἢ ἅμα ὑπερέχῃ ληφθέντα κατάλληλα.

6

In eadem ratione magnitudines dicuntur esse, prima ad secundam, & tertia ad

quartam: cùm primæ & tertiæ æquè multiplicia à secundę & quartæ æquè multiplicibus, qualiscunque sit hæc multiplicatio, vtrunque ab vtroque, vel vnà deficiunt, vel vnà æqualia sunt, vel vnà excedunt, si ea sumantur quæ inter se respondent.

ζ

Τὰ δὲ τὸν αὐτὸν ἔχοντα μεγέθη λόγον, ἀνάλογον καλείσθω.

7

Eandem autem habentes rationem magnitudines, proportionales vocentur.

η

Ὅταν δὲ τῶν ἰσάκις πολλαπλασίων, τὸ μὲν τοῦ πρώτου πολλαπλάσιον ὑπερέχῃ τοῦ δευτέρου πολλαπλασίου, τὸ δὲ τοῦ τρίτου πολλαπλάσιον, μὴ ὑπερέχῃ τοῦ τετάρτου πολλαπλασίου, τότε πρῶτον πρὸς τὸ δεύτερον μείζονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ τὸ τρίτον πρὸς τὸ τέταρτον.

8

Cùm verò æquè multiplicium, multiplex primę magnitudinis excesserit multiplicem secundæ, at multiplex tertiæ non excesserit multiplicem quartæ: tunc prima ad secundam, maiorē rationē habere dicetur, quàm tertia ad quartam.

θ

Ἀναλογία δὲ ἐν τρισὶν ὅροις ἐλαχίστοις ἐστίν.

9

Proportio autem in tribus terminis paucissimis consistit.

ι

Ὅταν δὲ τρία μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τρίτον, διπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον. Ὅταν δὲ τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ τέταρτον, τριπλασίονα λόγον ἔχειν λέγεται, ἤπερ πρὸς τὸ δεύτερον, καὶ ἀεὶ ἑξῆς ἑνὶ πλεῖον, ἕως ἂν ἡ ἀναλογία ὑπάρχῃ.

10

Cùm autem tres magnitudines proportionales fuerint, prima ad tertiam, duplicatam rationem habere dicitur eius, quam habet ad secundam. At cùm quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima ad quartam, triplicatam rationem habere dicitur eius quam habet ad secundam: & semper deinceps vno amplius, quandiu proportio extiterit.

ια

Ὁμόλογα μεγέθη λέγεται εἶναι, τὰ μὲν ἡγούμενα τοῖς ἡγουμένοις, τὰ δὲ ἑπόμενα τοῖς ἑπομένοις.

11

Homologæ, seu similes ratione magnitudines dicuntur, antecedentes quidem antecedentibus, consequentes verò consequentibus.

ιβ

Ἐναλλὰξ λόγος, ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὸ ἡγούμενον, καὶ τοῦ ἑπομένου πρὸς τὸ ἑπόμενον.

12

Alterna ratio, est sumptio antecedẽtis comparati ad antecedentem, & consequentis ad consequentem.

ιγ

Ἀνάπαλιν λόγος, ἐστὶ λῆψις τοῦ ἑπομένου ὡς ἡγουμένου, πρὸς τὸ ἡγούμενον ὡς ἑπόμενον.

13

Inuersa ratio, est sumptio consequentis ceu antecedentis, ad antecedentẽ velut ad consequentem.

Σύνθεσις λόγου, ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου μετὰ τοῦ ἑπομένου ὡς ἑνός, πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

14

Compositio rationis, est sumptio antecedentis cum cõsequente ceu vnius, ad ipsum consequentem.

ιε

Διαίρεσις δὲ λόγου, ἐστὶ λῆψις τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου, πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον.

15

Diuisio rationis, est sumptio excessus, quo consequẽtem superat antecedens ad ipsum consequentem.

ιϛ

Ἀναστροφὴ λόγου, ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὴν ὑπεροχήν, ᾗ ὑπερέχει τὸ ἡγούμενον τοῦ ἑπομένου.

16

Conuersio rationis, est sumptio antecedentis ad excessum, quo superat antecedens ipsum consequentem.

ιζ

Δι' ἴσου λόγος ἐστὶ πλειόνων ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων αὐτοῖς ἴσων τὸ πλῆθος σὺν δύο λαμβανομένων, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ὅταν ᾖ ὡς ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσι, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσι, τὸ πρῶτον πρὸς τὸ ἔσχατον. ἢ ἄλλως, λῆψις τῶν ἄκρων, καθ' ὑπεξαίρεσιν τῶν μέσων.

17

Ex æqualitate ratio est, si plures duabus sint magnitudines, & his aliæ multitudine pares quæ binæ sumantur, & in eadem ratione: quum vt in primis magnitudinibus prima ad vltimam, sic & in secundis magnitudinibus prima ad vltimam sese habuerit. vel aliter, sumptio extremorũ per subductionẽ mediorum.

ιη

Τεταγμένη ἀναλογία ἐστὶν, ὅταν ᾖ ὡς ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον, οὕτως ἡγούμενον πρὸς τὸ ἑπόμενον, ᾖ δὲ καὶ ὡς ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τι, οὕτως ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τι.

18

Ordinata proportio est, cùm fuerit quemadmodum antecedens ad consequẽtem, ita antecedens ad consequentem: fuerit etiam vt consequens ad aliud quidpiam, ita consequens ad aliud quidpiam.

ιθ

Τεταραγμένη δὲ ἀναλογία ἐστὶν, ὅταν τριῶν ὄντων μεγεθῶν, καὶ ἄλλων ἴσων αὐτοῖς τὸ πλῆθος γίνεται ὡς μὲν ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν, ἡγούμενον πρὸς ἑπόμενον: ὡς δὲ ἐν τοῖς πρώτοις μεγέθεσιν ἑπόμενον πρὸς ἄλλο τι, οὕτως ἐν τοῖς δευτέροις μεγέθεσιν ἄλλο τι πρὸς ἡγούμενον.

19

Perturbata autem proportio est, tribus positis magnitudinibus, & aliis quæ sint his multitudine pares, cùm vt in primis quidem magnitudinibus se habet antecedens ad consequentem, ita in secundis magnitudinibus antecedens ad consequentem: vt autem in primis magnitudinibus consequens ad aliud quidpiam, sic in secundis magnitudinibus aliud quidpiam ad antecedentem.

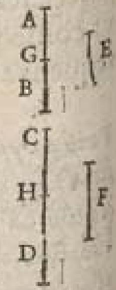
Προτάσεις.

α

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη, ὁποσωνοῦν μεγεθῶν ἴσων τὸ πλῆθος, ἕκαστον ἑκάστου ἰσάκις πολλαπλάσιον ὁσαπλάσιόν ἐστιν ἓν τῶν μεγεθῶν ἑνός, τοσαυταπλάσια ἔσται καὶ τὰ πάντα τῶν πάντων.

Theor. 1. Propo. 1.

Si ſint quotcũque magnitudines quotcũque magnitudinũ æqualium numero, ſingulæ ſingularũ æquè multiplices, quàm multiplex eſt vnius vna magnitudo, tam multiplices erunt & omnes omnium.



β

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου, ᾖ δὲ καὶ πέμπτον δευτέρου ἰσάκις πολλαπλάσιον, καὶ ἕκτον τετάρτου· καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον, δευτέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον τετάρτου.

Theor. 2. Propo. 2.

Si prima ſecũdæ ęquè fuerit multiplex, atque tertia quartæ, fuerit autem & quinta ſecũdæ æquè multiplex, atque ſexta quartæ: erit & compoſita prima

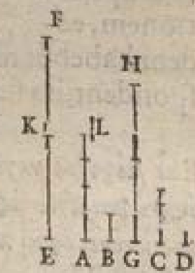
cum quinta, ſecũdæ æquè multiplex, atque tertia cum ſexta, quartæ.

γ

Ἐὰν πρῶτον δευτέρου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, καὶ τρίτον τετάρτου, ληφθῇ δὲ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ πρώτου καὶ τρίτου· καὶ δι' ἴσου τῶν ληφθέντων ἑκάτερον ἑκατέρου ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, τὸ μὲν τοῦ δευτέρου, τὸ δὲ τοῦ τετάρτου.

Theor. 3. Propo. 3.

Si ſit prima ſecundæ æquè multiplex, atq; tertia quartæ, ſumantur autem æquè multiplices primæ & tertiæ: erit & ex æquo ſumptarum vtraque vtriuſque æquè multiplex, altera quidem ſecundæ, altera autem quartæ.

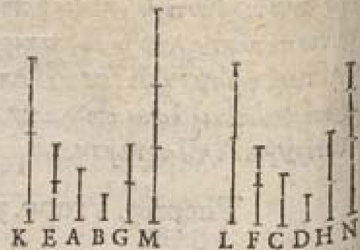


δ

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον: καὶ τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ τε πρώτου καὶ τρίτου, πρὸς τὰ ἰσάκις πολλαπλάσια τοῦ δευτέρου καὶ τετάρτου καθ' ὁποιονοῦν πολλαπλασιασμὸν, τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ληφθέντα κατάλληλα.

Theor. 4. Propo. 4.

Si prima ad secundam, eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam: etiam æquè multiplices primę & tertiæ, ad ęquè multiplices secundæ & quartæ iuxta quanuis multiplicationem, eādem habebūt rationem, si prout inter se respondent, ita sumptæ fuerint.



ε

Ἐὰν μέγεθος μεγέθους ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιον, ὅπερ ἀφαιρεθὲν ἀφαιρεθέντος, καὶ τὸ λοιπὸν τοῦ λοιποῦ ἰσάκις ἔσται πολλαπλάσιον, ὁσαπλάσιόν ἐστι τὸ ὅλον τοῦ ὅλου.

Theor. 5. Propo. 5.

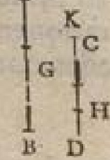
Si magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex, atque ablata ablatæ: etiam reliqua reliquæ ita multiplex erit, vt tota totius.

ς

Ἐὰν δύο μεγέθη, δύο μεγεθῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια, καὶ ἀφαιρεθέντα τινὰ τῶν αὐτῶν ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσια· καὶ τὰ λοιπὰ τοῖς αὐτοῖς ἤτοι ἴσα ἐστὶν, ἢ ἰσάκις αὐτῶν πολλαπλάσια.

Theor. 6. Propo. 6.

Si duæ magnitudines, duarum magnitudinum sint æquè multiplices, & detractæ quędam sint earundem æquè multiplices: & reliquæ eisdē aut æquales sunt, aut æquè ipsarum multiplices.



ζ

Τὰ ἴσα πρὸς τὸ αὐτὸ, τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον· καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὰ ἴσα.

Theor. 7. Propo. 7.

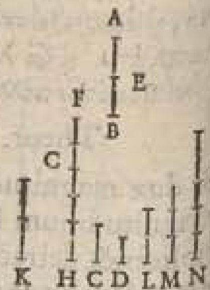
Æquales ad eandem, eandem habent rationem: & eadem ad æquales.

η

Τῶν ἀνίσων μεγεθῶν, τὸ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἔλαττον· καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὸ μεῖζον.

Theor. 8. Propo. 8.

Inæqualium magnitudinum, maior ad eandem maiorem rationē habet, quàm minor: & eadem ad minorem, maiorem rationem habet, quàm ad maiorem.



θ

Τὰ πρὸς τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχοντα λόγον, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί: καὶ πρὸς ἃ τὸ αὐτὸ τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, κἀκεῖνα ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Theor. 9. Propo. 9.

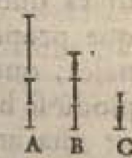
Quæ ad eandem, eandem habent rationem, æquales sunt inter se: & ad quas eadem, eandem habet rationem, eæ quoque sunt inter se æquales.

ι

Τῶν πρὸς τὸ αὐτὸ λόγον ἐχόντων, τὸ τὸν μείζονα λόγον ἔχον, ἐκεῖνο μεῖζόν ἐστι, πρὸς ὃ δὲ τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἐκεῖνο ἔλαττόν ἐστιν.

Theor. 10. Propo. 10.

Ad eandem magnitudinem, rationē habentium, quæ maiorem rationem habet, illa maior est, ad quam autem eadem maiorem rationem habet, illa minor est.



ια

Οἱ τῷ αὐτῷ λόγῳ οἱ αὐτοί, καὶ ἀλλήλοις εἰσὶν οἱ αὐτοί.

Theor. 11. Propo. 11.

Quæ eidē sunt eædē rationes, & inter se sunt eædem.

ιβ

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη ἀνάλογον, ἔσται ὡς ἓν τῶν ἡγουμένων πρὸς ἓν τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντα τὰ ἡγούμενα πρὸς ἅπαντα τὰ ἑπόμενα.

Theor. 12. Propo. 12.

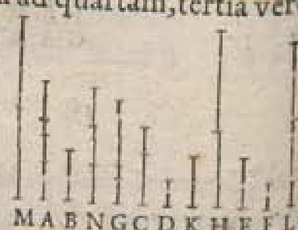
Si ſint magnitudines quotcunque proportionales, quemadmodũ ſe habuerit vna antecedentium ad vnã conſequentium, ita ſe habebunt omnes antecedentes ad omnes conſequentes.

ιγ

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τρίτον δὲ πρὸς τέταρτον μείζονα λόγον ἔχῃ, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον: καὶ πρῶτον πρὸς δεύτερον μείζονα λόγον ἕξει, ἤπερ πέμπτον πρὸς ἕκτον.

Theor. 13. Propo. 13.

Si prima ad ſecundam, eandem habuerit rationem, quam tertia ad quartam, tertia verò ad quartam, maiorem rationem habuerit, quã quinta ad ſextam: prima quoque ad ſecundam maiorem rationem habebit, quam quinta ad ſextam.



ιδ

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον, καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, τὸ δὲ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ: καὶ τὸ δεύτερον τοῦ τετάρτου μεῖζον ἔσται, κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Theor. 14. Propo. 14.

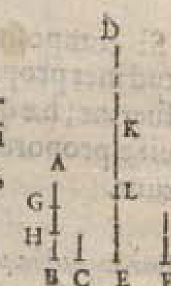
Si prima ad ſecundam eandem habuerit rationem, quam tertia ad quartam, prima verò quàm tertia maior fuerit: erit & ſecunda maior quàm quarta. Quòd ſi prima fuerit æqualis tertiæ, erit & ſecunda æqualis quartæ. ſi verò minor, & minor erit.

ιε

Τὰ μέρη, τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον, ληφθέντα κατάλληλα.

Theor. 15. Propo. 15.

Partes, cùm pariter multiplicibus in eadem ſunt ratione, ſi prout ſibi mutuo reſpondent, ita ſumantur.



ιϛ

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσται.

Theor. 16. Propo. 16.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & vicissim proportionales erunt.

ιζ

Ἐὰν συγκείμενα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ διαιρεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

Theor. 17. Propo. 17.

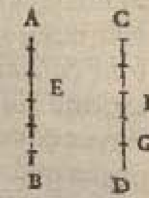
Si compositæ magnitudines proportionales fuerint, hæ quoque diuisæ proportionales erunt.

ιη

Ἐὰν διῃρημένα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

Theor. 18. Propo. 18.

Si diuisæ magnitudines sint proportionales, hæ quoque compositæ proportionales erunt.

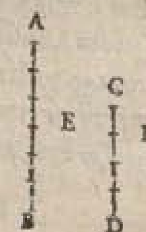


ιθ

Ἐὰν ᾖ ὡς ὅλον πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθὲν πρὸς ἀφαιρεθέν· καὶ τὸ λοιπὸν πρὸς τὸ λοιπὸν ἔσται, ὡς ὅλον πρὸς ὅλον.

Theor. 19. Propo. 19.

Si quemadmodum totum ad totum, ita ablatum se habuerit ad ablatum: & reliquum ad reliquum, vt totum ad totum se habebit.



κ

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου μεῖζον ᾖ· καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται· κἂν ἴσον, ἴσον· κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Theor. 20. Propo. 20.

Si sint tres magnitudines, & aliæ ipsis ęquales numero, quæ binę & in eadem ratione sumantur, ex ęquo auté prima quàm tertia maior fuerit:

erit & quarta, quàm sexta maior. Quòd si prima tertiæ fuerit æqualis, erit & quarta æqualis sextæ: sin illa minor, hæc quoque minor erit.

κα

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, δι' ἴσου δὲ τὸ πρῶτον τοῦ τρίτου, μεῖζον ᾖ: καὶ τὸ τέταρτον τοῦ ἕκτου μεῖζον ἔσται: κἂν ἴσον, ἴσον: κἂν ἔλασσον, ἔλασσον.

Theor. 21. Propo. 21.

Si sint tres magnitudines, & aliæ ipsis æquales numero quæ binæ & in eadé ratione sumátur, fueritque per-

turbata

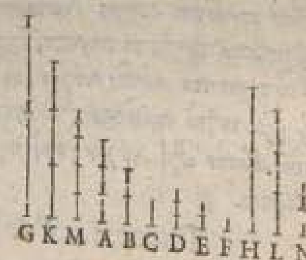
turbata earum proportio, ex æquo autem prima quàm tertia maior fuerit, erit & quarta quàm sexta maior. quòd si prima tertiæ fuerit æqualis, erit & quarta æqualis sextæ: sin illa minor, hæc quoque minor erit.

κβ

Ἐὰν ᾖ ὁποσαοῦν μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

Proble. 22. Propo. 22.

Si sint quotcunque magnitudines, & aliæ ipsis æquales numero, quæ binæ in eadé ratione sumantur, & ex æqualitate in eadé ratione erunt.



κγ

Ἐὰν ᾖ τρία μεγέθη, καὶ ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενα ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσται.

Theor. 23. Propo. 23.

Si sint tres magnitudines, aliæque ipsis æquales numero, quæ binę in eadem ratione sumantur, fuerit autē perturbata earum proportio: etiam ex ęqualitate in eadem ratione erunt.

κδ

Ἐὰν πρῶτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον καὶ τρίτον πρὸς τέταρτον, ἔχῃ δὲ καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν λόγον, καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον, καὶ συντεθὲν πρῶτον καὶ πέμπτον πρὸς δεύτερον τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον, καὶ τρίτον καὶ ἕκτον πρὸς τέταρτον.

Theor. 24. Propo. 24.

Si prima ad secundam, eādem habuerit rationem, quam tertia ad quartam, habuerit autem & quinta ad secundā eandem rationem, quam sexta ad quartam: etiā composita prima cum quinta ad secundam

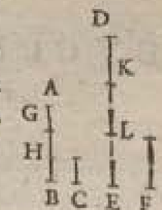
eandem habebit rationem, quam tertia cum sexta ad quartam.

κε

Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ μέγιστον καὶ τὸ ἐλάχιστον, δύο τῶν λοιπῶν μείζονά ἐστιν.

Theor. 25. Propo. 25.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima reliquis duabus maiores erunt.



Elementi quinti finis.

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ἝΚΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMEN-
TVM SEXTVM.

ὍΡΟΙ.

α

Ὅμοια σχήματα εὐθύγραμμά ἐστιν, ὅσα τάς τε γωνίας ἴσας ἔχει κατὰ μίαν, καὶ τὰς περὶ τὰς ἴσας γωνίας πλευρὰς ἀνάλογον.

DEFINITIONES.

1

Similes figuræ rectilineæ sunt, quæ & angulos singulos singulis æquales habent, atque etiam latera, quę circum angulos æquales, proportionalia.

β

Ἀντιπεπονθότα δὲ σχήματά ἐστιν, ὅταν ἑκατέρῳ τῶν σχημάτων ἡγούμενοί τε καὶ ἑπόμενοι λόγοι ὦσιν.

2

Reciprocæ autem figuræ sunt, cùm in vtraque figura antecedentes & consequẽtes rationum termini fuerint.

γ

Ἄκρον καὶ μέσον λόγον εὐθεῖα τετμῆσθαι λέγεται, ὅταν ᾖ ὡς ἡ ὅλη πρὸς τὸ μεῖζον τμῆμα, οὕτως τὸ μεῖζον πρὸς τὸ ἔλασσον.

3

Secundum extremam & mediam rationem recta linea secta esse dicitur, cùm vt tota ad maius segmentum, ita maius ad minus se habuerit.

δ

Ὕψος ἐστὶ παντὸς σχήματος, ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν βάσιν κάθετος ἀγομένη.

4

Altitudo cuiusque figuræ, est linea perpendicularis à vertice ad basin deducta.

ε

Λόγος ἐκ λόγων συγκεῖσθαι λέγεται, ὅταν αἱ τῶν λόγων πηλικότητες ἐφ' ἑαυτὰς πολλαπλασιασθεῖσαι ποιῶσί τινα λόγον.

5

Ratio ex rationibus componi dicitur, cùm rationũ quantitates inter se multiplicatę aliquam effecerint rationem.

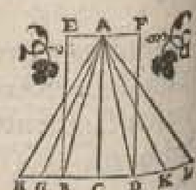
Προτάσεις.

α

Τὰ τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα, πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ βάσεις.

Theor. 1. Propo. 1.

Triãgula & parallelogrãma, quorum eadem fuerit altitudo, ita se habent inter se vt bases.



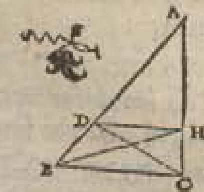
β

Ἐὰν τριγώνου παρὰ μίαν τῶν πλευρῶν ἀχθῇ τις εὐθεῖα παράλληλος, ἀνάλογον τεμεῖ τὰς τοῦ τριγώνου πλευράς. καὶ ἐὰν αἱ τοῦ τριγώνου πλευραὶ ἀνάλογον τμηθῶσιν, ἡ ἐπὶ τὰς τομὰς ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, παρὰ τὴν λοιπὴν ἔσται τοῦ τριγώνου πλευρὰν παράλληλος.

Theor. 2. Propo. 2.

Si ad vnum trianguli latus parallela ducta

fuerit recta quædam linea: hæc proportionaliter secabit ipsius trianguli latera. Et si trianguli latera proportionaliter secta fuerint: quæ ad sectiones adiũcta fuerit recta linea, erit ad reliquũ ipsius trianguli latus parallela.

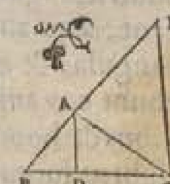


γ

Ἐὰν τριγώνου γωνία δίχα τμηθῇ, ἡ δὲ τέμνουσα τὴν γωνίαν εὐθεῖα τέμνῃ καὶ τὴν βάσιν, τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς. καὶ ἐὰν τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἔχῃ λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς, ἡ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν τομὴν ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα δίχα τέμνει τὴν τοῦ τριγώνου γωνίαν.

Theor. 3. Propo. 3.

Si trianguli angulus bifariam sectus sit, secans autem angulum recta linea secuerit & basin: basis segmenta eandem habebunt rationem, quam reliqua ipsius trianguli latera. Et si basis segmenta eandem habeant rationem quam reliqua ipsius trianguli latera, recta li-



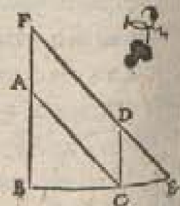
nea, quæ à vertice ad ſectionem producitur, ea bifariam ſecat trianguli ipſius angulum.

δ

Τῶν ἰσογωνίων τριγώνων, ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραί.

Theor.4. Propo.4.

Æquiangulorum triangulorũ proportionalia ſunt latera, quæ circum æquales angulos, & homologa ſunt latera, quę æqualibus angulis ſubtenduntur.

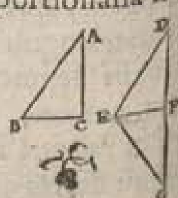


ε

Ἐὰν δύο τρίγωνα τὰς πλευρὰς ἀνάλογον ἔχῃ, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Theor.5. Propo.5.

Si duo triangula latera proportionalia habeant, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt eos angulos, ſub quibus & homologa latera ſubtenduntur.

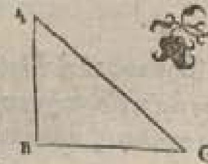


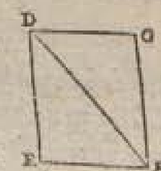
ϛ

Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἴσας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, ὑφ' ἃς αἱ ὁμόλογοι πλευραὶ ὑποτείνουσιν.

Theor. 6. Propo. 6.

Si duo triangula vnum angulum vni angulo æqualem, & circum æquales angulos latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt triangula, æqualeſque habebunt angulos, ſub quibus homologa latera ſubtenduntur.



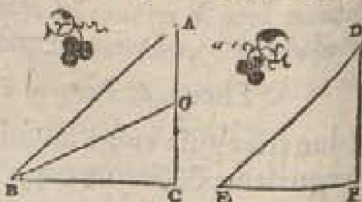


ζ

Ἐὰν δύο τρίγωνα μίαν γωνίαν μιᾷ γωνίᾳ ἴσην ἔχῃ, περὶ δὲ τὰς ἄλλας γωνίας τὰς πλευρὰς ἀνάλογον, τῶν δὲ λοιπῶν ἑκατέραν ἅμα ἤτοι ἐλάσσονα ἢ μὴ ἐλάσσονα ὀρθῆς, ἰσογώνια ἔσται τὰ τρίγωνα, καὶ ἴσας ἕξει τὰς γωνίας, περὶ ἃς ἀνάλογόν εἰσιν αἱ πλευραί.

Theor.7. Propo.7.

Si duo triangula vnum angulum vni angulo æqualem, circum autem alios angulos latera proportionalia habeant, reliquorum verò simul vtrunque aut minorem aut non minorem recto: æquiangula erunt triangula, & æquales habebũt eos angulos, circum quos proportionalia sunt latera.

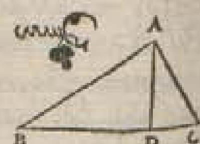


η

Ἐὰν ἐν ὀρθογωνίῳ τριγώνῳ, ἀπὸ τῆς ὀρθῆς γωνίας ἐπὶ
τὴν βάσιν κάθετος ἀχθῇ, τὰ πρὸς τῇ καθέτῳ τρί-
γωνα ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ, καὶ ἀλλήλοις.

Theor. 8. Propo. 8.

Si in triangulo rectangulo, ab angulo recto in basin perpendicularis ducta sit, quæ ad perpendicularem triangula, tum toti triãgulo, tum ipsa inter se similia sunt.

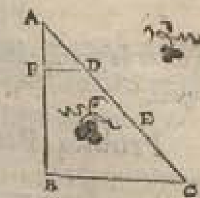


θ

Τῆς δοθείσης εὐθείας τὸ προσταχθὲν μέρος ἀ-
φελεῖν.

Probl. 1. Propo. 9.

A data recta linea imperatam partem auferre.

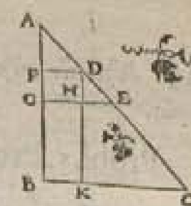


ι

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν ἄτμητον, τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ
τετμημένῃ ὁμοίως τεμεῖν.

Probl. 2. Propo. 10.

Datam rectam lineam insectam similiter secare, vt data altera recta secta fuerit.

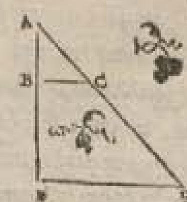


ια

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, τρίτην ἀνάλογον προσ-
ευρεῖν.

Probl. 3. Propo. 11.

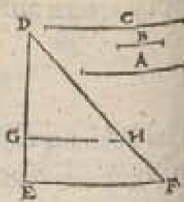
Duabus datis rectis lineis, tertiam proportionalem adinuenire.



ιβ

Τριῶν δοθεισῶν εὐθειῶν, τετάρτην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Probl. 4. Propo. 12.



Tribus datis rectis lineis, quartam proportionalem adinuenire.

ιγ

Δύο δοθεισῶν εὐθειῶν, μέσην ἀνάλογον προσευρεῖν.

Probl. 5. Propo. 13.

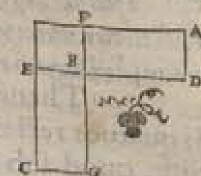
Duabus datis rectis lineis, mediam proportionalem adinuenire.

ιδ

Τῶν ἴσων τε καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν παραλληλογράμμων, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας: καὶ ὧν παραλληλογράμμων μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν, ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Theor. 8. Propo. 14.

AEqualium, & vnum vni æqualem habentium angulum parallelogrammorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: & quorum parallelogrammorum vnum angulum vni angulo æqualem habentium reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, illa sunt æqualia.



ιε

Τῶν ἴσων, καὶ μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν τριγώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας: καὶ ὧν μίαν μιᾷ ἴσην ἐχόντων γωνίαν ἀντιπεπόνθασιν αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, ἴσα ἐστὶν ἐκεῖνα.

Theor. 9. Propo. 15.

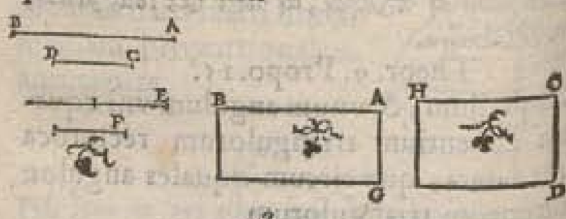
AEqualium, & vnum angulum vni æqualem habentium triangulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: & quorum triangulorum vnum angulum vni æqualem habentium reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, illa sunt æqualia.

ιϛ

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ· καὶ εἰ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ᾖ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ, αἱ τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Theor. 11. Propo. 16.

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehenditur rectangulum æquale est ei, quod sub mediis comprehenditur rectangulo. Et si sub extremis comprehensum rectangulum æquale fuerit ei, quod sub mediis continetur rectangulo, illæ quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.

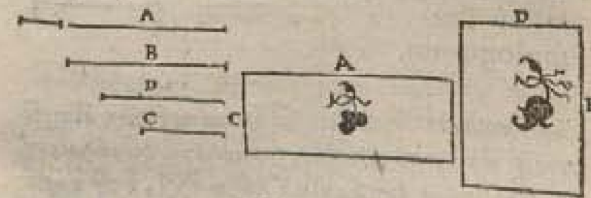


ιζ

Ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ· καὶ εἰ τὸ ὑπὸ τῶν ἄκρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἴσον ᾖ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης τετραγώνῳ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Theor. 12. Propo. 17.

Si tres rectę lineę sint proportionales, quod sub extremis comprehenditur rectangulum æquale est ei, quod à media describitur quadrato: & si sub extremis comprehensum rectangulum æquale sit ei quod à media describitur quadrato, illæ tres rectæ lineæ proportionales erunt.

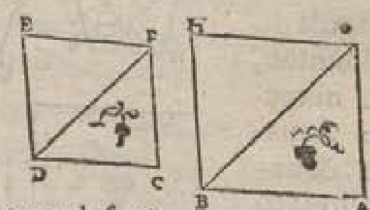


ιη

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον εὐθύγραμμον ἀναγράψαι.

Probl. 6. Propo. 18.

A data recta linea, dato rectilineo simile similiterque positum rectilineum describere.

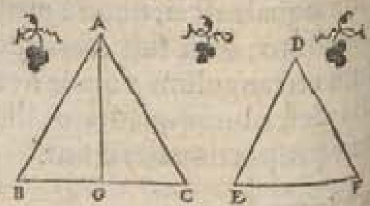


ιθ

Τὰ ὅμοια τρίγωνα πρὸς ἄλληλα ἐν διπλασίονι λόγῳ ἐστὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

Theor. 13. Propo. 19.

Similia triangula inter se sunt in duplicata ratione laterũ homologorum.

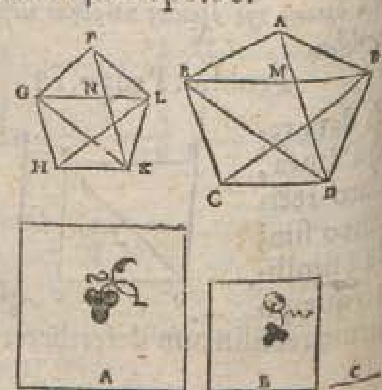


κ

Τὰ ὅμοια πολύγωνα εἰς τὰ ὅμοια τρίγωνα διαιρεῖται, καὶ εἰς ἴσα τὸ πλῆθος, καὶ ὁμόλογα τοῖς ὅλοις: καὶ τὸ πολύγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

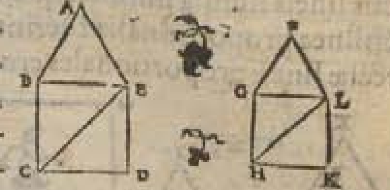
Theor. 14. Propo. 20.

Similia polygωna in similia triangula diuiduntur, & numero æqualia, & homologa totis. Et polygωna du-



plicatam

plicatam habent eam inter se rationem, quam latus homologũ ad homologum latus.

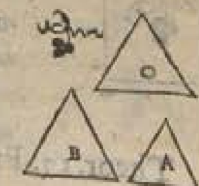


κα

Τὰ τῷ αὐτῷ εὐθυγράμμῳ ὅμοια, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ὅμοια.

Theor. 15. Propo. 21.

Quæ eidẽ rectilineo sunt similia, & inter se sunt similia.

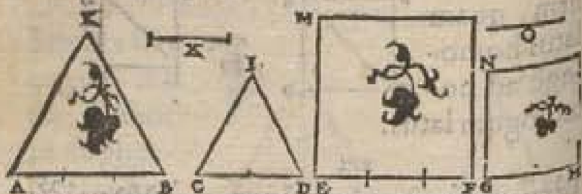


κβ

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ἔσται. κἂν τὰ ἀπ' αὐτῶν εὐθύγραμμα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγεγραμμένα ἀνάλογον ᾖ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Theor. 16. Propo. 22.

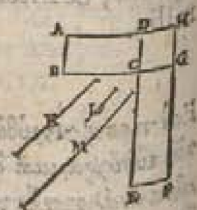
Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint: & ab eis rectilinea similia similitérque descripta proportionalia erunt. Et si à rectis lineis similia similitérque descripta rectilinea proportionalia fuerint, ipsæ etiam rectæ lineæ proportionales erunt.



κγ

Τὰ ἰσογώνια παραλληλόγραμμα πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Theor. 17. Propo. 23.



Æquiangula parallelogrãma inter se rationem habent eam, quæ ex lateribus componitur.

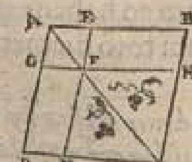
κδ

Παντὸς παραλληλογράμμου τὰ περὶ τὴν διάμετρον παραλληλόγραμμα, ὅμοιά ἐστι τῷ τε ὅλῳ καὶ ἀλλήλοις.

Theor. 18. Propo. 24.

In omni parallelogrammo, quæ circa dia-

metrũ sunt parallelogrãma, & toti & inter se sunt similia.



κε

Τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ὅμοιον, καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

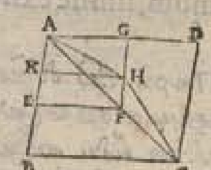
Proble. 7. Propo. 25.

Dato rectilineo simile, & alteri dato æquale idem constituere.

κϛ

Ἐὰν ἀπὸ παραλληλογράμμου παραλληλόγραμμον ἀφαιρεθῇ ὅμοιόν τε τῷ ὅλῳ καὶ ὁμοίως κείμενον, κοινὴν γωνίαν ἔχον αὐτῷ, περὶ τὴν αὐτὴν διάμετρόν ἐστι τῷ ὅλῳ.

Theor. 19. Propo. 26.



Si à parallelogrammo parallelogrammũ ablatum sit & simile toti & similiter positum communem cum eo habens angulum, hoc circum eandẽ cum toto diametrum consistit.

κζ

Πάντων τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν παραβαλλομένων παραλληλογράμμων, καὶ ἐλλειπόντων εἴδεσι παραλληλογράμμοις ὁμοίοις τε καὶ ὁμοίως κειμένοις τῷ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφομένῳ, μέγιστόν ἐστι τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλόμενον παραλληλόγραμμον, ὅμοιον ὂν τῷ ἐλλείμματι.

Theor. 20. Propo. 27.

Omnium parallelogrammorum secundum eandem rectam lineam applicatorum deficiétiúmque figuris parallelogrammis similibus similitérque positis ei, quod à dimidia describitur, maximũ id est quod ad dimidiã applicatur parallelogrãmum, simile existens defectui.

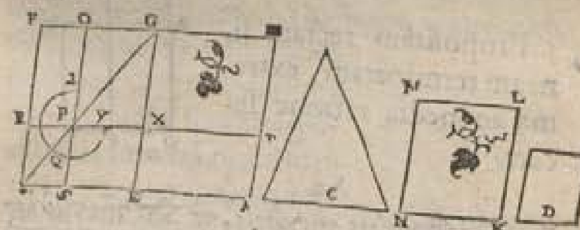
κη

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν, τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν, ἐλλεῖπον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ ὄντι τῷ δοθέντι. δεῖ δὲ τὸ διδόμενον εὐθύγραμμον, ᾧ δεῖ

ἴσον παραβαλεῖν, μὴ μεῖζον εἶναι τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλομένου, ὁμοίων ὄντων τῶν ἐλλειμμάτων, τοῦ τε ἀπὸ τῆς ἡμισείας καὶ ᾧ δεῖ ὅμοιον ἐλλείπειν.

Probl. 8. Propo. 28.

Ad datam lineam rectam, dato rectilineo æquale parallelogrammũ applicare deficiens figura parallelogramma, quæ similis sit alteri rectilineo dato. Oportet autem datum rectilineum, cui æquale applicandũ est, non maius esse eo quod ad dimidiam applicatur, cùm similes sint defectus, & eius quod à dimidia describitur, & eius cui simile desse debet.



κθ

Παρὰ τὴν δοθεῖσαν, εὐθεῖαν τῷ δοθέντι εὐθυγράμμῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ὑπερβάλλον εἴδει παραλληλογράμμῳ ὁμοίῳ τῷ δοθέντι

Probl. 9. Propo. 29.

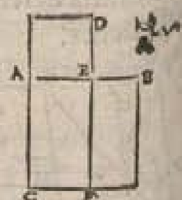
Ad datam rectam lineam, dato rectilineo

æquale parallelogrammum applicare, excedens figura parallelogramma, quæ similis sit parallelogrammo alteri dato.

λ

Τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν πεπερασμένην, ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμεῖν.

Probl. 10. Propo. 30.



Propositam rectam lineam terminatam, extrema ac media ratione secare.

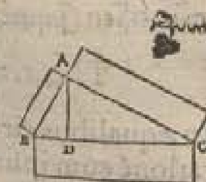
λα

Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις, τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς εἶδος ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν εἴδεσι τοῖς ὁμοίοις, καὶ ὁμοίως ἀναγραφομένοις.

Theor. 21. Propo. 31.

In rectangulis triangulis, figura quævis à latere rectum angulum subtendente descri-

pta æqualis est figuris, quę priori illi similes, & similiter positæ à lateribus rectũ angulũ continentibus describuntur.

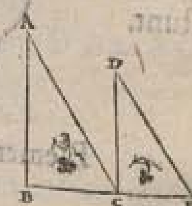


λβ

Ἐὰν δύο τρίγωνα συντεθῇ κατὰ μίαν γωνίαν τὰς δύο πλευρὰς ταῖς δυσὶ πλευραῖς ἀνάλογον ἔχοντα, ὥστε τὰς ὁμολόγους αὐτῶν πλευρὰς καὶ παραλλήλους εἶναι, αἱ λοιπαὶ τῶν τριγώνων πλευραὶ ἐπ' εὐθείας ἔσονται.

Theor. 22. Propo. 32.

Si duo triangula, quæ duo latera duobus lateribus proportionalia habeant, secundum vnũ angulum composita fuerint, ita vt homologa eorum latera sint etiã parallela, tum reliqua illorũ triangulorum latera in rectam lineam collocata reperientur.

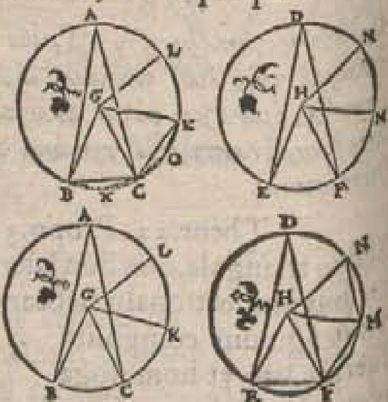


λγ

Ἐν τοῖς ἴσοις κύκλοις αἱ γωνίαι τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι ταῖς περιφερείαις, ἐφ' ὧν βεβήκασιν, ἐάντε πρὸς τοῖς κέντροις, ἐάντε πρὸς ταῖς περιφερείαις ὦσι βεβηκυῖαι. ἔτι δὲ καὶ οἱ τομεῖς, ἅτε πρὸς τοῖς κέντροις συνιστάμενοι.

Theor. 23. Propo. 33.

In æqualibus circulis anguli eandem habẽt rationẽ cum ipsis peripheriis in quibus insistunt, siue ad centra, siue ad peripherias cõstituti illis insistãt peripheriis. Insuper verò & sectores, quippe qui ad cẽtra consistunt.



Elementi sexti finis.

ΕΥΚΛΕΙ-ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ἕβδομον.

EVCLIDIS ELEMENTVM SEPTIMVM.

ὍΡΟΙ.

α

Μονάς ἐστι, καθ' ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἓν λέγεται.

DEFINITIONES.

1

Vnitas est, secundum quam entium quodque dicitur vnum.

β

Ἀριθμὸς δὲ, τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος.

2

Numerus autem, ex vnitatibus composita multitudo.

γ

Μέρος ἐστὶν, ἀριθμὸς ἀριθμοῦ ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος, ὅταν καταμετρῇ τὸν μείζονα.

3

Pars est, numerus numeri minor maioris, cùm minor metitur maiorem.

δ

Μέρη δὲ, ὅταν μὴ καταμετρῇ.

4

Partes autem, cùm non metitur.

ε

Πολλαπλάσιος δὲ, ὁ μείζων τοῦ ἐλάττονος, ὅταν καταμετρῆται ὑπὸ τοῦ ἐλάττονος.

5

Multiplex verò, maior minoris, cùm maiorem metitur minor.

ϛ

Ἄρτιος δὲ ἀριθμός ἐστιν, ὁ δίχα διαιρούμενος.

6

Par numerus est, qui bifariam diuiditur.

ζ

Περισσὸς δὲ, ὁ μὴ διαιρούμενος δίχα. ἢ ὁ μονάδι διαφέρων ἀρτίου ἀριθμοῦ.

7

Impar verò, qui bifariam nó diuiditur. vel, qui vnitate differt à pari.

η

Ἀρτιάκις ἄρτιος ἀριθμός ἐστιν, ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀ-

ριθμοῦ μετρούμενος κατὰ ἄρτιον ἀριθμόν.

8

Pariter par numerus est, quem par numerus metitur per numerum parem.

θ

Ἀρτιάκις δὲ περισσός ἐστιν, ὁ ὑπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ μετρούμενος κατὰ περισσὸν ἀριθμόν.

9

Pariter autem impar est, quem par numerus metitur per numerum imparem.

ι

Περισσάκις δὲ περισσός ἐστιν ἀριθμὸς, ὁ ὑπὸ περισσοῦ μετρούμενος κατὰ περισσὸν ἀριθμόν.

10

Impariter verò impar numerus est, quẽ impar numerus metitur per numerũ imparẽ.

ια

Πρῶτος ἀριθμός ἐστιν, ὁ μονάδι μόνῃ μετρούμενος.

11

Primus numerus est, quem vnitas sola metitur.

ιβ

Πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν, οἱ μονάδι μόνῃ μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ.

12

Primi inter se numeri sunt, quos sola vnitas mensura communis metitur.

ιγ

Σύνθετος ἀριθμός ἐστιν, ὁ ἀριθμῷ τινὶ μετρούμενος.

13

Compositus numerus est, quem numerus quispiam metitur.

ιδ

Σύνθετοι δὲ πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοί εἰσιν, οἱ ἀριθμῷ τινὶ μετρούμενοι κοινῷ μέτρῳ.

14

Compositi autẽ inter se numeri sunt, quos numerus aliquis mẽsura cõmunis metitur.

ιε

Ἀριθμὸς ἀριθμὸν πολλαπλασιάζειν λέγεται, ὅταν ὅσαι εἰσὶν ἐν αὐτῷ μονάδες, τοσαυτάκις συντεθῇ ὁ πολλαπλασιαζόμενος, καὶ γένηταί τις.

15

Numerus numerum multiplicare dicitur, cùm toties compositus fuerit is qui multiplicatur, quot sunt in illo multiplicãte vnitates, & procreatus fuerit aliquis.

ιϛ

Ὅταν δὲ δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος ἐπίπεδος καλεῖται, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ, οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ἀριθμοί.

16

Cùm autem duo numeri mutuò sese multiplicantes quempiã faciunt, qui factus erit planus appellabitur, qui verò numeri mutuò sese multiplicarint, illius latera dicẽtur.

ιζ

Ὅταν δὲ τρεῖς ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος στερεὸς καλεῖται, πλευραὶ δὲ αὐτοῦ οἱ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ἀριθμοί.

17

Cùm verò tres numeri mutuò sese multiplicãtes quempiam faciunt, qui procreatus erit solidus appellabitur, qui autem numeri mutuò sese multiplicarint, illius latera dicentur.

ιη

Τετράγωνος ἀριθμός ἐστιν, ὁ ἰσάκις ἴσος. ἢ, ὁ ὑπὸ δύο ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος.

18

Quadratus numerus est, qui æqualiter æqualis. vel, qui à duobus æqualibus numeris continetur.

ιθ

Κύβος δὲ, ὁ ἰσάκις ἴσος ἰσάκις. ἢ, ὁ ὑπὸ τριῶν ἴσων ἀριθμῶν περιεχόμενος.

19

Cubus verò, qui æqualiter æqualis æqualiter. vel, qui à tribus æqualibus numeris cõtinetur.

κ

Ἀριθμοὶ ἀνάλογόν εἰσιν, ὅταν ὁ πρῶτος τοῦ δευτέρου καὶ ὁ τρίτος τοῦ τετάρτου ἰσάκις ᾖ πολλαπλάσιος, ἢ τὸ αὐτὸ μέρος, ἢ τὰ αὐτὰ μέρη ὦσιν.

20

Numeri proportionales sunt, cùm primus secundi, & tertius quarti æquè multiplex est, vel eadem pars, vel eædem partes.

κα

Ὅμοιοι ἐπίπεδοι καὶ στερεοὶ ἀριθμοί εἰσιν, οἱ ἀνάλογον ἔχοντες τὰς πλευράς.

21

Similes plani & solidi numeri sunt, qui proportionalia habent latera.

κβ

Τέλειος ἀριθμός ἐστιν, ὁ τοῖς ἑαυτοῦ μέρεσιν ἴσος ὤν.

22

Perfectus numerus est, qui suis ipsius partibus est æqualis.

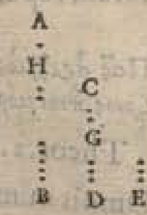
Προτάσεις.

α

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν ἀνίσων ἐκκειμένων, ἀνθυφαιρουμένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος ὁ λειπόμενος μηδέποτε καταμετρῇ τὸν πρὸ ἑαυτοῦ ἕως οὗ λειφθῇ μονάς, οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλοις ἔσονται.

Theor. 1. Propo. 1.

Duobus numeris inæqualibus propositis, si detrahatur semper minor de maiore, alterna quadã detractione, neque reliquus vnquam metiatur præcedentem quoad assumpta sit vnitas: qui principio propositi sunt numeri primi inter se erunt.

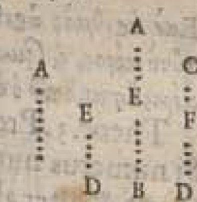


β

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλοις, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Probl. 1. Propo. 2.

Duobus numeris datis nõ primis inter se, maximam eorum communem mensuram reperire.

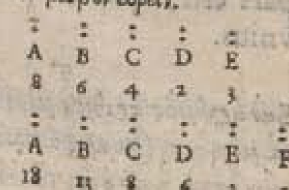


γ

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων μὴ πρώτων πρὸς ἀλλήλοις, τὸ μέγιστον αὐτῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Problema 2.
Propo. 3.

Tribus numeris datis non primis

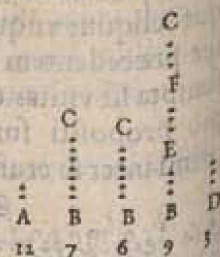


inter se, maximam eorum communem mē-
ſuram reperire.

δ

Πᾶς ἀριθμὸς παντὸς ἀριθμοῦ, ὁ ἐλάσσων τοῦ μείζονος ἤτοι μέρος ἐστὶν, ἢ μέρη.

Theor. 2. Propo. 4.

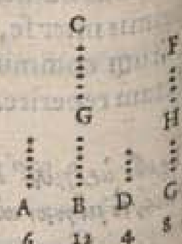


Omnis numerus cuiuſque numeri, minor maioris aut pars eſt, aut partes.

ε

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὸ αὐτὸ μέρος, καὶ συναμφότερος συναμφοτέρου τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται, ὅπερ ὁ εἷς τοῦ ἑνός.

Theor. 3. Propo. 5.



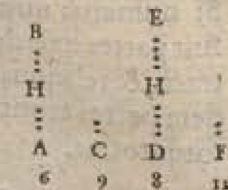
Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars, & ſimul vterque vtriuſque ſimul eadē pars erit, quæ vnus eſt vnius.

ϛ

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ᾖ, καὶ συναμφότερος συναμφοτέρου τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, ἅπερ ὁ εἷς τοῦ ἑνός.

Theor.

Theor. 4. Propo. 6.



Si numerus ſit numeri partes, & alter alterius eædem partes, & ſimul vterque vtriuſque ſimul eędem partes erunt, quę ſunt vnus vnius.

ζ

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, ὅπερ ἀφαιρεθεὶς ἀφαιρεθέντος, καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ λοιποῦ τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται ὅπερ ὁ ὅλος τοῦ ὅλου.

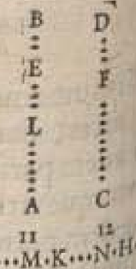
Theor. 5. Propo. 7.

Si numerus numeri eadē ſit pars quæ detractus detracti, & reliquus reliqui eadē pars erit quæ totus eſt totius.

η

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, ἅπερ ἀφαιρεθεὶς ἀφαιρεθέντος, καὶ ὁ λοιπὸς τοῦ λοιποῦ τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται, ἅπερ ὁ ὅλος τοῦ ὅλου.

Theor. 6. Propo. 8.

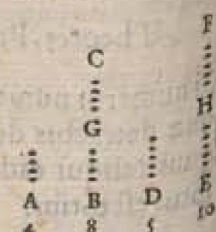


Si numerus numeri eædem ſint partes quæ detractus detracti, & reliquus reliqui eædem partes erunt, quæ ſunt totus totius.

θ

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρος ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὸ αὐτὸ μέρος, καὶ ἐναλλὰξ, ὃ μέρος ἐστὶν ἢ μέρη ὁ πρῶτος τοῦ τρίτου, τὸ αὐτὸ μέρος ἔσται ἢ τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τετάρτου.

Theor. 7. Propo. 9.



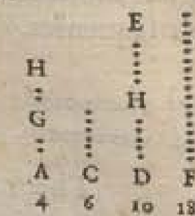
Si numerus numeri pars ſit, & alter alterius eadem pars, & viciſsim quę pars eſt vel partes primus tertii, eadẽ pars erit vel eædem partes & ſecundus quarti.

ι

Ἐὰν ἀριθμὸς ἀριθμοῦ μέρη ᾖ, καὶ ἕτερος ἑτέρου τὰ αὐτὰ μέρη, καὶ ἐναλλὰξ ἃ μέρη ἐστὶν ὁ πρῶτος τοῦ τρίτου ἢ μέρος, τὰ αὐτὰ μέρη ἔσται καὶ ὁ δεύτερος τοῦ τετάρτου, ἢ μέρος.

Theor. 8. Propo. 10.

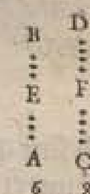
Si numerus numeri partes ſint, & alter alterius eædẽ partes, etiam viciſsim quæ ſunt partes aut pars primus tertii, eædem partes erunt vel pars & ſecundus quarti.



ια

Ἐὰν ᾖ ὅλος πρὸς ὅλον, οὕτως ἀφαιρεθεὶς πρὸς ἀφαιρεθέντα, καὶ ὁ λοιπὸς πρὸς τὸν λοιπὸν ἔσται ὡς ὅλος πρὸς ὅλον.

Theor. 9. Propo. 11.



Si quemadmodũ ſe habet totus ad totum, ita detractus ad detractum, & reliquus ad reliquum ita habebit vt totus ad totum.

ιβ

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον, ἔσται ὡς εἷς τῶν ἡγουμένων πρὸς ἕνα τῶν ἑπομένων, οὕτως ἅπαντες οἱ ἡγούμενοι πρὸς ἅπαντας τοὺς ἑπομένους.

Theor. 10. Propo. 12.

Si ſint quotcũque numeri proportionales, quemadmodum ſe habet vnus antecedentium ad vnum ſequentium, ita ſe habebunt omnes antecedentes ad omnes conſequentes.

ιγ

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσι, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσονται.

Theor. 11. Propo. 13.

Si quatuor numeri ſint proportionales, & viciſsim proportionales erunt.

A	B	C	D
12	4	9	3

ιδ

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοί, καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος σύνδυο λαμβανόμενοι, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται.

Theor. 12. Propo. 14.

Si ſint quotcũque numeri & alii illis æquales multitudine, qui bini ſumantur & in eadem ratione: etiam ex æqualitate in eadem ratione erunt.

A	B	C	D	E	F
12	6	3	8	4	2

ιε

Ἐὰν μονὰς ἀριθμόν τινα μετρῇ, ἰσάκις δὲ ἕτερος ἀριθμὸς ἄλλον τινὰ ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ ἐναλλὰξ ἰσάκις ἡ μονὰς τὸν τρίτον ἀριθμὸν μετρήσει, καὶ ὁ δεύτερος τέταρτον.

Theor. 13. Propo. 15.

Si vnitas numerum quempiam metiatur, alter verò numerus alium quendam numerum æquè metiatur, & viciſsim vnitas tertium numerum æquè metietur atque ſecundus quartum.

			F
	C		L
	H		K
	G		
A	B	D	E
1	3	2	6

ιϛ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν ἴσοι ἀλλήλοις ἔσονται.

Theor. 14. Propo. 16.

Si duo numeri mutuò ſeſe multiplicãtes faciant aliquos, qui ex illis geniti fuerint inter ſe æquales erunt.

E	A	B	C	D
1	2	4	8	8

ιζ

Ἐὰν ἀριθμὸς δύο ἀριθμοὺς πολλαπλασιάσας ποιῇ τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι πολλαπλασιασθεῖσι.

Theor. 15. Propo. 17.

Si numerus duos numeros multiplicans

faciat aliquos, qui ex illis procreati erunt eandem rationem habebunt quam multiplicati.

I	A	B	C	D	E
3	3	4	6	12	15

ιη

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσαντες ποιῶσί τινας, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν τὸν αὐτὸν ἕξουσι λόγον τοῖς πολλαπλασιάσασι.

Theor. 16. Propo. 18.

Si duo numeri numerum quempiam multiplicantes faciant aliquos, geniti ex illis eãdem habebunt rationem, quam qui illum multiplicarunt.

A	B	C	D	E
4	5	3	12	15

ιθ

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ἐκ τοῦ πρώτου καὶ τετάρτου γενόμενος ἀριθμὸς, ἴσος ἔσται τῷ ἐκ τοῦ δευτέρου καὶ τρίτου γενομένῳ ἀριθμῷ. καὶ ἐὰν ὁ ἐκ τοῦ πρώτου καὶ δευτέρου γενόμενος ἀριθμὸς ἴσος ᾖ τῷ ἐκ τοῦ δευτέρου καὶ τρίτου, οἱ τέσσαρες ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔσονται.

Theor. 17. Propo. 19.

Si quatuor numeri ſint proportionales, qui ex primo & quarto fit, æqualis erit ei qui ex ſecundo & tertio: & ſi qui ex primo & quarto fit numerus, æqualis ſit ei qui ex ſecundo & tertio, illi quatuor numeri proportionales erunt.

A	B	C	D	E	F	G
6	4	3	2	12	12	18

κ

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων, ἴσος ἐστὶ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου. ἐὰν δὲ ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων, ἴσος ᾖ τῷ ἀπὸ τοῦ μέσου, οἱ τρεῖς ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔσονται.

Theor. 18. Propo. 20.

Si tres numeri ſint proportionales, qui ab extremis continetur, æqualis eſt ei qui à medio efficitur. Et ſi qui ab extremis continetur, æqualis ſit ei qui à medio deſcribitur, illi tres numeri proportionales erunt.

A	B	C
9	6	4
D		
6		

κα

Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς ἰσάκις, ὅ, τε μείζων τὸν μείζονα, καὶ ὁ ἐλάττων τὸν ἐλάττονα.

Theor. 19. Propo. 21.

Minimi numeri omnium qui eandem cum eis rationem habent, æqualiter metiuntur numeros ean-

D	L		
G	H		
C	E	A	B
4	3	8	6

dem rationem habẽtes, maior quidẽ maiorem, minor verò minorem.

κβ

Ἐὰν ὦσι τρεῖς ἀριθμοὶ καὶ ἄλλοι αὐτοῖς ἴσοι τὸ πλῆθος, σύνδυο λαμβανόμενοι καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ᾖ δὲ τεταραγμένη αὐτῶν ἡ ἀναλογία, καὶ δι' ἴσου ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται.

Theor. 20. Propo. 22

Si tres sint numeri & alii multitudine illis æquales, qui bini sumantur & in eadem ratione, sit autem perturbata eorum proportio, etiam ex æqualitate in eadẽ ratione erunt.

A	B	C	D	E	F
6	4	3	12	8	6

κγ

Οἱ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοὶ ἐλάχιστοι εἰσὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

Theor. 21. Propo. 23.

Primi inter se numeri minimi sunt omnium eandem cum eis rationem habentium.

A	B	E	C	D
5	6	2	4	3

κδ

Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν.

Theorem 22. Propositio 24.

Minimi numeri omnium eandem cũ eis rationem habentium, primi sunt inter se.

A	B	C	D	E
8	6	4	3	2

κε

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ὁ τὸν ἕνα αὐτῶν μετρῶν ἀριθμὸς πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτος ἔσται.

Theor. 23. Propo. 25.

Si duo numeri sint primi inter se, qui alterutrum illorum metitur numerus, is ad reliquum primus erit.

A	B	C	D
6	7	3	4

κϛ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρός τινα ἀριθμὸν πρῶτοι ὦσι, καὶ ὁ ἐξ αὐτῶν γενόμενος πρὸς τὸν αὐτὸν πρῶτος ἔσται.

Theor. 24. Propo. 26.

Si duo numeri ad quempiam numerũ primi sint, ad eũdem primus is quoque futurus est, qui ab illis productus fuerit.

B	A	C	D	E	F
3	5	5	5	3	2

κζ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ὁ ἐκ τοῦ ἑνὸς αὐτῶν γενόμενος πρὸς τὸν λοιπὸν, πρῶτος ἔσται.

Theor. 25. Propo. 27.

Si duo numeri primi ſint inter ſe, qui ab vno eorum gignitur ad reliquum, primus erit.

B		
A	C	D
7	6	3

κη

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς δύο ἀριθμοὺς ἀμφότεροι πρὸς ἑκάτερον πρῶτοι ὦσι, καὶ οἱ ἐξ αὐτῶν γενόμενοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Theor. 26. Propo. 28.

Si duo numeri ad duos numeros ambo ad vtrumque, primi ſint, & qui ex eis gignentur, primi inter ſe erunt.

A	B	E	C	D	F
3	5	15	2	4	8

κθ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι, καὶ πολλαπλασιάσας ἑκάτερος ἑαυτὸν ποιῇ τινὰ, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται. κἂν οἱ ἐξ ἀρχῆς τοὺς γενομένους πολλαπλασιάσαντες ποιῶσι τινὰς, κἀκεῖνοι πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται, καὶ ἀεὶ περὶ τοὺς ἄκρους τοῦτο συμβαίνει.

Theor. 27. Propo. 29.

Si duo numeri primi ſint inter ſe, & multiplicans vterque ſeipſum procreet aliquem, qui ex iis producti fuerint, primi inter ſe erunt. Quod ſi numeri initio propoſiti multiplicantes eos qui producti ſunt, effecerint aliquos, hi quoque inter ſe primi erunt, & circa extremos idẽ hoc ſemper eueniet.

A	C	E	B	D	F
3	6	27	4	16	63

λ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι, καὶ συναμφότερος πρὸς ἑκάτερον αὐτῶν πρῶτος ἔσται· καὶ ἐὰν συναμφότερος πρὸς ἕνα τινὰ αὐτῶν πρῶτος ᾖ, καὶ οἱ ἐξ ἀρχῆς ἀριθμοὶ, πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἔσονται.

Theor. 28. Propo. 30.

Si duo numeri primi ſint inter ſe, etiam ſimul vterque ad vtrunque illorum primus erit. Et ſi ſimul vterque ad vnum aliquem eorum primus ſit, etiam qui initio poſiti ſunt numeri, primi inter ſe erunt.

	C	
A	B	D
7	5	4

λα

Ἅπας πρῶτος ἀριθμὸς πρὸς ἅπαντα ἀριθμὸν, ὃν μὴ μετρεῖ, πρῶτός ἐστιν.

Theor.29. Propo.31.

Omnis primus numerus ad omnẽ numerum quem nõ metitur, primus est.

A	B	C
7	10	5

λβ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, τὸν δὲ γενόμενον ἐξ αὐτῶν μετρῇ τις πρῶτος ἀριθμός, καὶ ἕνα τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρήσει.

Theor.30.Propo.32.

Si duo numeri sese mutuò multiplicãtes faciant aliquem, hũc autem ab illis productũ metiatur primus quidam numerus, is alterũ etiã metitur eorũ qui initio positi erant.

A	B	C	D	E
2	6	12	3	4

λγ

Ἅπας σύνθετος ἀριθμός, ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

Theor.31.Propo.33.

Omnẽ compositũ numerũ aliquis primus metitur.

A	B	C
27	9	3

λδ

Ἅπας ἀριθμὸς ἤτοι πρῶτός ἐστιν, ἢ ὑπὸ πρώτου τινὸς ἀριθμοῦ μετρεῖται.

Theor.32.Prop.34.

Omnis numerus aut primus est, aut eum aliquis primus metitur.

A	A	
3	6	3

λε

Ἀριθμῶν δοθέντων ὁποσωνοῦν, εὑρεῖν τοὺς ἐλαχίστους τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

Probl.3.Propo.35.

Numeris datis quotcunque, reperire mini-

mos omnium qui eandem cum illis rationem habeant.

A	B	C	D	E	F	G	H	K	I	M
6	8	12	2	3	4	6	2	3	4	3

λϛ

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων, εὑρεῖν ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

Probl.4. Proposi.36.

Duobus numeris datis, reperire quem illi minimum metiantur numerum.

A	C	D	E	F
7	12	8	4	5

A	B

F	E	C	D	G	H
6	9	12	9	2	3

λζ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ ἀριθμόν τινα μετρῶσι, καὶ ὁ ἐλάχιστος ὑπ' αὐτῶν μετρούμενος τὸν αὐτὸν μετρήσει.

Theor.33. Propo.37.

Si duo numeri numerum quempiam metiantur, & minimus quẽ illi metiuntur eundem metietur.

A	B	E	C
2	3	6	12

λη

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων, εὑρεῖν ὃν ἐλάχιστον μετροῦσιν ἀριθμόν.

Probl.5.Propo.38.

Tribus numeris datis, reperire quem

A	B	C	D	E
3	4	6	12	8

minimum numerum illi metiatur.

A	B	C	D	E	F
3	6	8	12	24	16

λθ

Εαν ἀριθμὸς ὑπό τινος ἀριθμοῦ μετρῆται, ὁ μετρούμενος ὁμώνυμον μέρος ἕξει τῷ μετροῦντι.

Theor. 34. Propo. 39.

Si numerus quispiam numerum metiatur, mensus partem habebit metienti cognominem.

A	B	C	D
12	4	3	1

μ

Εαν ἀριθμὸς μέρος ἔχῃ ὁποιονοῦν, ὑπὸ ὁμωνύμου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται τῷ μέρει.

Theor. 35. Propo. 40.

Si numerus partem habuerit quamlibet, illũ metietur numerus parti cognominis.

A	B	C	D
8	4	2	1

μα

Ἀριθμὸν εὑρεῖν, ὃς ἐλάχιστος ὢν ἕξει τὰ δοθέντα μέρη.

Probl. 6. Propo. 41.

Numerum reperire, qui minimus cùm sit, datas habeat partes.

A	B	C	G	H
2	3	4	12	10

Elementi septimi finis.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ὌΓΔΟΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTUM OCTAVVM.

α

ἘΆν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, ἐλάχιστοί εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς.

Theor. 1. Propo. 1.

Si sint quotcunque numeri deinceps proportionales, quorum extremi sint inter se primi, minimi sunt omnium eandem cum eis rationem habentium,

A	B	C	D	E	F	G	H
8	12	18	27	6	8	12	18

β

Ἀριθμοὺς εὑρεῖν ἑξῆς ἀνάλογον ἐλαχίστους, ὅσους ἐπιτάξῃ τις ἐν τῷ δοθέντι λόγῳ.

Probl. 1. Propo. 2.

Numeros reperire deinceps proportionales minimos, quotcunque iusserit quispiam in data ratione.

A	B	C	D	E	F	G	H	K
3	4	9	12	16	27	36	49	64

γ

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, οἱ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους εἰσί.

Theor. 2. Propo. 3. Conuersa primæ.

Si sint quotcunque numeri deinceps proportionales minimi habentium eandé cum eis rationem, illorum extremi sunt inter se primi.

A	B	C	D	E	F	G	H	K	L	M	N	O
27	36	48	64	3	4	9	12	16	27	36	48	64

δ

Λόγων δοθέντων ὁποσωνοῦν ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς, ἀριθμοὺς εὑρεῖν ἑξῆς ἐλαχίστους ἐν τοῖς δοθεῖσι λόγοις.

Pro-

Probl. 2. Propo. 4.

Rationibus datis quotcunque in minimis numeris reperire numeros deinceps minimos in datis rationibus.

A	B	C	D	E	F	H	G	K	L	N	X	M	O
3	4	2	3	4	5	6	8	12	15	4	6	10	12

ε

Οἱ ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσι τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν.

Theor. 3. Propo. 5.

Plani numeri rationem inter se habent ex lateribus compositam.

A	L	B	C	D	E	F	G	H	K
18	22	32	3	6	4	8	9	12	16

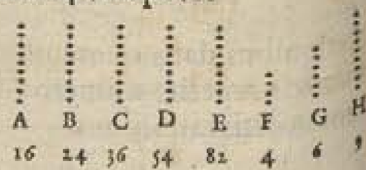
ϛ

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, ὁ δὲ πρῶτος τὸν δεύτερον μὴ μετρῇ, οὐδεὶς ἄλλος οὐδένα μετρήσει.

M

Theor.4.Propo.6.

Si ſint quotlibet numeri deinceps proportionales, primus autem ſecundum non metiatur, neque alius quiſquam vllum metietur.

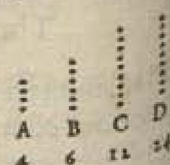


ζ

Ἐὰν ὦσιν ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, ὁ δὲ πρῶτος τὸν ἔσχατον μετρεῖ, καὶ τὸν δεύτερον μετρήσει.

Theor.5.Propo.7.

Si ſint quotcunque numeri deinceps proportionales, primus autem extremum metiatur, is etiam ſecundum metietur.

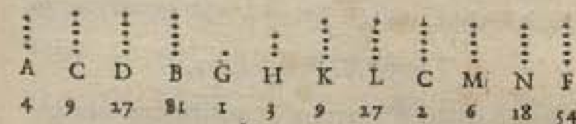


η

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅσοι εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας αὐτοῖς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Theor.6.Propo.8.

Si inter duos numeros medii continua proportione incidant numeri, quot inter eos medii continua proportione incidunt numeri, tot & inter alios eandem cum illis habentes rationem medii cótinua proportione incident.

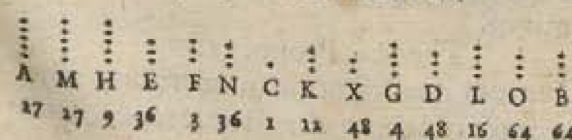


θ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσι, καὶ εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅσοι εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ ἑκατέρου αὐτῶν καὶ μονάδος ἑξῆς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Theor.7.Propo.9.

Si duo numeri ſint inter ſe primi, & inter eos medii continua proportione incidant numeri, quot inter illos medii cótinua proportione incidunt numeri, totidem & inter vtrunque eorum ac vnitatem deinceps medii contiuua proportione incident.

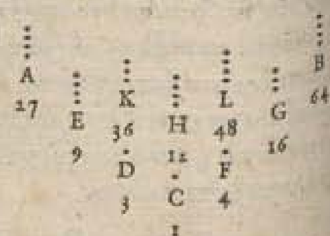


ι

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν καὶ μονάδος μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅσοι ἑκατέρου αὐτῶν καὶ μονάδος ἑξῆς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, τοσοῦτοι καὶ εἰς αὐτοὺς μεταξὺ κατὰ τὸ συνεχὲς ἀνάλογον ἐμπεσοῦνται.

Theor. 8. Propo. 10.

Si inter duos numeros & vnitatem continuè proportionales incidant numeri, quot inter vtrunque ipsorũ & vnitatem deinceps medii cõtinua proportione incidunt numeri, totidem & inter illos medii continua proportione incident.

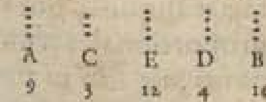


ια

Δύο τετραγώνων ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογός ἐστιν ἀριθμός. καὶ ὁ τετράγωνος πρὸς τὸν τετράγωνον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευράν.

Theor. 9. Propo. 11.

Duorum quadratorum numerorum vnus medius proportionalis est numerus: & quadratus ad quadratum duplicatam habet lateris ad latus rationẽ.

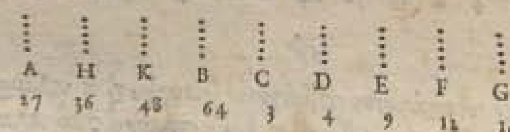


ιβ

Δύο κύβων ἀριθμῶν δύο ἀνάλογόν εἰσιν ἀριθμοί. καὶ ὁ κύβος πρὸς τὸν κύβον τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ πλευρὰ πρὸς τὴν πλευράν.

Theor. 10. Propo. 12.

Duorum cuborum numerorum duo medii proportionales sunt numeri: & cubus ad cubum triplicatam habet lateris ad latus rationem.

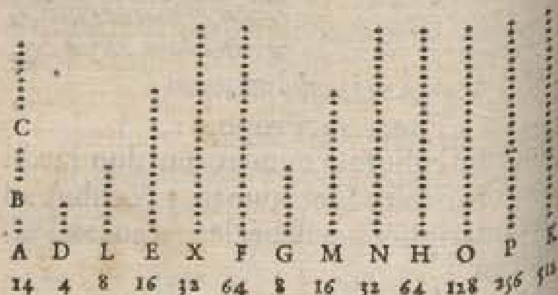


ιγ

Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, καὶ πολλαπλασιάσας ἕκαστος ἑαυτὸν ποιῇ τινάς, οἱ γενόμενοι ἐξ αὐτῶν ἀνάλογον ἔσονται. καὶ ἐὰν οἱ ἐξ ἀρχῆς τοὺς γενομένους πολλαπλασιάσαντες ποιῶσι τινάς, καὶ αὐτοὶ ἀνάλογον ἔσονται, καὶ ἀεὶ περὶ τοὺς ἄκρους τοῦτο συμβαίνει.

Theor. 11. Propo. 13.

Si sint quotlibet numeri deinceps proportionales, & multiplicans quisque seipsum faciat aliquos, qui ab illis producti fuerint proportionales erunt: & si numeri primùm positi, ex suo in procreatos ductu faciant aliquos, ipsi quoque proportionales erunt.

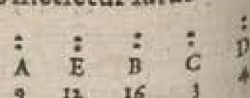


ιδ

Ἐὰν τετράγωνος τετράγωνον μετρῇ, καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει. καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον μετρήσει.

Theor. 12. Propo. 14.

Si quadratus numerus quadratum numerũ metiatur, & latus vnius metietur latus alterius. Et si vnius quadrati latus metiatur latus alterius, & quadratus quadratum metietur.

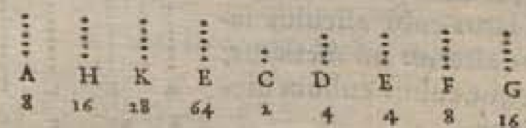


ιε

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει. καὶ ἐὰν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρῇ, καὶ ὁ κύβος τὸν κύβον μετρήσει.

Theor. 13. Propo. 15.

Si cubus numerus cubum numerum metiatur, & latus vnius metietur alterius latus. Et si latus vnius cubi latus alterius metiatur, tum cubus cubum metietur.

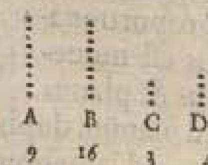


ις

Ἐὰν τετράγωνος ἀριθμὸς τετράγωνον ἀριθμὸν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει, κἂν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μὴ μετρῇ, οὐδὲ ὁ τετράγωνος τὸν τετράγωνον μετρήσει.

Theor. 14. Propo. 16.

Si quadratus numerus quadratum numerum non metiatur, neque latus vnius metietur alterius latus. Et si latus vnius quadrati non metiatur latus alterius, neque quadratus quadratũ metietur.

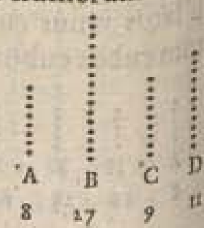


ιζ

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν μὴ μετρῇ, οὐδ' ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μετρήσει. κἂν ἡ πλευρὰ τὴν πλευρὰν μὴ μετρῇ, οὐδ' ὁ κύβος τὸν κύβον μετρήσει.

Theor. 15. Propo. 17.

Si cubus numerus cubum numerum non metiatur, neq; latus vnius latus alterius metietur. Et si latus cubi alicuius latus alterius nó metiatur, neque cubus cubum metietur.

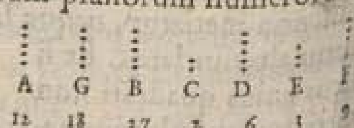


ιη

Δύο ὁμοίων ἐπιπέδων ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογός ἐστιν ἀριθμός. καὶ ὁ ἐπίπεδος πρὸς τὸν ἐπίπεδον διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Theor. 16. Propo. 18.

Duorum similium planorum numerorum vnus medius proportionalis est numerus: & planus ad planum duplicatam habet lateris homologi ad latus homologum rationem.

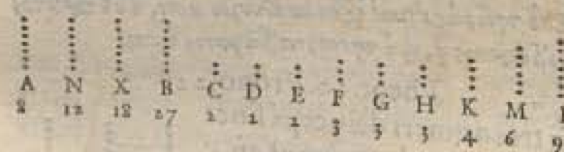


ιθ

Δύο ὁμοίων στερεῶν ἀριθμῶν, δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτουσιν ἀριθμοί, καὶ ὁ στερεὸς πρὸς τὸν ὅμοιον στερεὸν τριπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ ὁμόλογος πλευρὰ πρὸς τὴν ὁμόλογον πλευράν.

Theor. 17. Propo. 19.

Inter duos similes numeros solidos, duo medii proportionales incidunt numeri, & solidus ad similem solidum triplicatam rationem habet lateris homologi ad latus homologum.

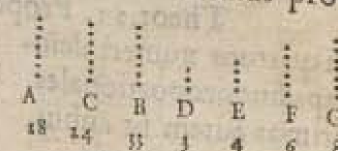


κ

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν εἷς μέσος ἀνάλογον ἐμπίπτῃ ἀριθμὸς, ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἔσονται οἱ ἀριθμοί.

Theor. 18. Propo. 20.

Si inter duos numeros vnus medius proportionalis incidat numerus, similes plani erút illi numeri.



κα

Ἐὰν δύο ἀριθμῶν δύο μέσοι ἀνάλογον ἐμπίπτωσιν ἀριθμοί, ὅμοιοι στερεοί εἰσιν οἱ ἀριθμοί.

Theor. 19. Propo. 21.

Si inter duos numeros duo medii proportionales incidant numeri, similes solidi sunt illi numeri.

A	C	D	B	E	F	G	H	K	L	M
27	36	44	64	9	12	16	3	3	3	4

κβ

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσι, ὁ δὲ πρῶτος τετράγωνος ᾖ, καὶ ὁ τρίτος τετράγωνος ἔσται.

Theor. 20. Propo. 22.

Si tres numeri deinceps sint proportionales, primus autem sit quadratus, & tertius quadratus erit.

A	B	D
9	15	25

κγ

Ἐὰν τέσσαρες ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ πρῶτος κύβος ᾖ, καὶ ὁ τέταρτος κύβος ἔσται.

Theor. 21. Propo. 23.

Si quatuor numeri deinceps sint proportionales, primus autem sit cubus, & quartus cubus erit.

A	B	C	D
8	12	18	27

κδ

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν, ὁ δὲ πρῶτος τετράγωνος ᾖ, καὶ ὁ δεύτερος τετράγωνος ἔσται.

Theor. 22. Propo. 24.

Si duo numeri rationem habeant inter se quam quadratus numerus ad quadratū numerum, primus autem sit quadratus, & secundus quadratus erit.

A		B	C		D
4	6	9	16	24	36

κε

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχωσιν, ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν, ὁ δὲ πρῶτος κύβος ᾖ, καὶ ὁ δεύτερος κύβος ἔσται.

Theor. 23. Propo. 25.

Si numeri duo rationem inter se habeant quam cubus numerus ad cubum numerū, primus autem cubus sit, & secundus cubus erit.

A	E	F	B	C			D
8	12	18	27	64	95	140	216

κϛ

Οἱ ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν.

Theor.24.Propo.26.

Similes plani numeri rationem inter se habēt, quam quadratus numerus ad quadratū numerum.

A	C	B	D	E	F
18	24	32	9	12	16

κζ

Οἱ ὅμοιοι στερεοὶ ἀριθμοὶ πρὸς ἀλλήλους λόγον ἔχουσιν, ὃν κύβος ἀριθμὸς πρὸς κύβον ἀριθμόν.

Theor.25.Propo.27.

Similes solidi numeri rationem habent inter se, quam cubus numerus ad cubum numerum.

A	C	D	B	E	F	G	H
16	24	36	54	8	12	18	27

Elementi octaui finis.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙ͂ΟΝ ἜΝΝΑΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM NONVM.

α

Ἐὰν δύο ὅμοιοι ἐπίπεδοι ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσί τινα, ὁ γενόμενος τετράγωνος ἔσται.

Theor.1.Propo.1.

Si duo similes plani numeri mutuò sese multiplicantes quēdā procreent, productus quadratus erit.

A	E	B	D	F	C
4	6	9	16	24	36

β

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πολλαπλασιάσαντες ἀλλήλους ποιῶσι τετράγωνον, ὅμοιοι ἐπίπεδοί εἰσιν.

Theor. 2. Propo. 2.

Si duo numeri mutuò ſeſe multiplicantes quadratum faciãt, illi ſimiles ſunt plani.

A		B	D		C
4	6	12	9	18	36

γ

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινά, ὁ γενόμενος κύβος ἔσται.

Theor. 3. Propo. 3.

Si cubus numerus ſeipſum multiplicans procreet aliquem, productus cubus erit.

	D	D	A			B
Vnitas.	3	4	8	16	32	64

δ

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς κύβον ἀριθμὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινά, ὁ γενόμενος κύβος ἔσται.

Theor. 4. Propo. 4.

Si cubus numerus cubum numerũ multiplicãs quẽdam procreet, procreatus cubus erit.

A	B	D	C
8	27	64	216

ε

Ἐὰν κύβος ἀριθμὸς ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ ὁ πολλαπλασιασθεὶς κύβος ἔσται.

Theor. 5. Propo. 5.

Si cubus numerus numerum quẽdam multiplicans cubum procreet, & multiplicatus cubus erit.

A	B	D	C
27	64	729	1728

ϛ

Ἐὰν ἀριθμὸς ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας κύβον ποιῇ, καὶ αὐτὸς κύβος ἔσται.

Theor. 6. Propo. 6.

Si numerus ſeipſum multiplicans cubum procreet, & ipſe cubus erit.

A	B	C
27	729	19683

ζ

Ἐὰν σύνθετος ἀριθμὸς ἀριθμόν τινα πολλαπλασιάσας ποιῇ τινά, ὁ γενόμενος στερεὸς ἔσται.

Theor. 7. Propo. 7.

Si compoſitus numerus quendam numerũ multiplicans quempiam procreet, productus ſolidus erit.

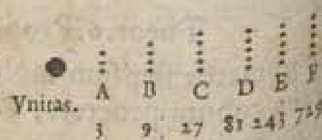
A	B	C	D	E
6	8	48	2	3

η

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ μὲν τρίτος ἀπὸ τῆς μονάδος τετράγωνός ἐστιν, καὶ οἱ ἕνα διαλείποντες πάντες, ὁ δὲ τέταρτος κύβος, καὶ οἱ δύο διαλείποντες πάντες, ὁ δὲ ἕβδομος κύβος ἅμα καὶ τετράγωνος, καὶ οἱ πέντε διαλείποντες πάντες.

Theor.8.Propo.8.

Si ab vnitate quotlibet numeri deinceps proportionales sint, tertius ab vnitate quadratus est, & vnum intermittentes omnes: quartus autem cubus, & duobus intermissis omnes: septimus verò cubus simul & quadratus, & quinque intermissis omnes.



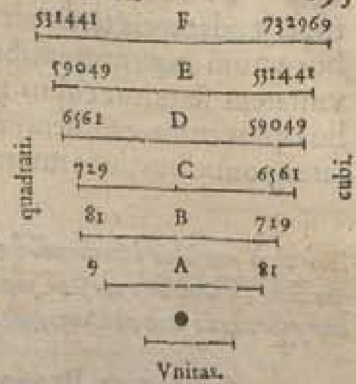
θ

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα τετράγωνος ᾖ, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες τετράγωνοι ἔσονται, καὶ ἐὰν ὁ μετὰ τὴν μονάδα κύβος ᾖ, καὶ οἱ λοιποὶ πάντες κύβοι ἔσονται.

Theor.9.Propo.9.

Si ab vnitate sint quotcunque numeri deinceps proportionales, sit autem quadratus

dratus is qui vnitatem sequitur, & reliqui omnes quadrati erunt. Quòd si qui vnitatem sequitur cubus sit, & reliqui omnes cubi erunt.

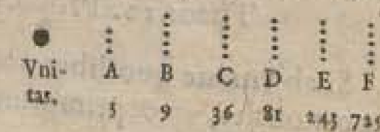


ι

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα μὴ ᾖ τετράγωνος, οὐδ' ἄλλος οὐδεὶς τετράγωνος ἔσται, χωρὶς τοῦ τρίτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν ἕνα διαλειπόντων πάντων. καὶ ἐὰν ὁ μετὰ τὴν μονάδα κύβος μὴ ᾖ, οὐδ' ἄλλος οὐδεὶς κύβος ἔσται, χωρὶς τοῦ τετάρτου ἀπὸ τῆς μονάδος καὶ τῶν δύο διαλειπόντων πάντων.

Theor.10.Propo.10.

Si ab vnitate numeri quotcunque proportionales sint, non sit autem quadratus is qui vnitatem sequitur, neque alius vllus quadra-



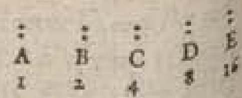
tus erit, demptis tertio ab vnitate ac omnibus vnum intermittentibus. Quòd si qui vnitatem sequitur cubus non sit, neque alius vllus cubus erit, demptis quarto ab vnitate ac omnibus duos intermittentibus.

ια

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ ἐλάττων τὸν μείζονα μετρεῖ κατά τινα τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνάλογον ἀριθμοῖς.

Theor. 11. Propo. 11.

Si ab vnitate numeri quotlibet deinceps proportionales sint, minor maiorem metitur per quempiam eorum qui in proportionalibus sunt numeris.



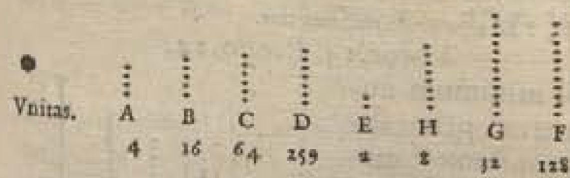
ιβ

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἀνάλογον ὦσιν, ὑφ᾽ ὅσων, ἂν ὁ ἔσχατος πρώτων ἀριθμῶν μετρῆται, ὑπὸ τῶν αὐτῶν καὶ ὁ παρὰ τὴν μονάδα μετρηθήσεται.

Theor. 12. Propo. 12.

Si ab vnitate quotlibet numeri sint proportionales, quot primorum numerorum

vltimum metiuntur, totidem & eum qui vnitati proximus est, metientur.

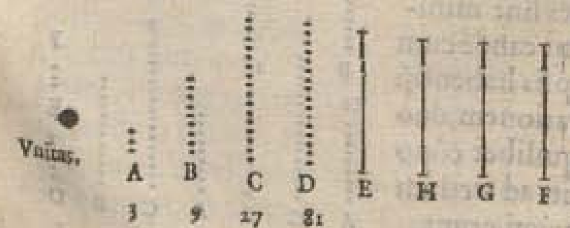


ιγ

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν, ὁ δὲ μετὰ τὴν μονάδα πρῶτος ᾖ, ὁ μέγιστος ὑπ᾽ οὐδενὸς ἄλλου μετρηθήσεται παρὲξ τῶν ὑπαρχόντων ἐν τοῖς ἀνάλογον ἀριθμοῖς.

Theor. 13. Propo. 13.

Si ab vnitate sint quotcunque numeri deinceps proportionales, primus autem sit qui vnitatem sequitur, maximum nullus alius metietur, iis exceptis qui in proportionalibus sunt numeris.

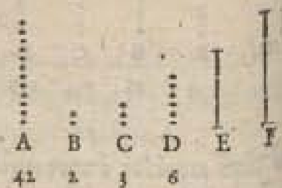


ιδ

Ἐὰν ἐλάχιστος ἀριθμὸς ὑπὸ πρώτων ἀριθμῶν μετρῆται, ὑπ' οὐδενὸς ἄλλου ἀριθμοῦ μετρηθήσεται παρὲξ τῶν ἐξ ἀρχῆς μετρούντων.

Theor. 14. Propo. 14.

Si minimum numerum primi aliquot numeri metiantur, nullus alius numerus primus illum metietur, iis exceptis qui primò metiuntur.



ιε

Ἐὰν τρεῖς ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον ὦσιν ἐλάχιστοι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς, δύο ὁποιοιοῦν συντεθέντες πρὸς τὸν λοιπὸν πρῶτοι εἰσίν.

Theor. 15. Propo. 15.

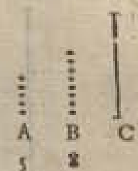
Si tres numeri deinceps proportionales sint minimi eandē cum ipsis habentiū rationem, duo quilibet cōpositi ad tertium primi erunt.

ις

Ἐὰν δύο ἀριθμοὶ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, οὐκ ἔσται ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον, οὕτως ὁ δεύτερος πρὸς ἄλλον τινά.

Theor. 16. Propo. 16.

Si duo numeri ſint inter ſe primi, non ſe habebit quemadmodum primus ad ſecūdum, ita ſecundus ad quempiam alium.

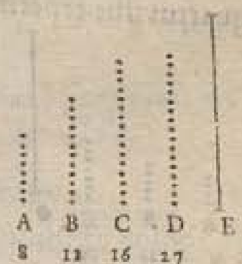


ιζ

Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, οἱ δὲ ἄκροι αὐτῶν πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ὦσιν, οὐκ ἔσται ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον, οὕτως ὁ ἔσχατος πρὸς ἄλλον τινά.

Theor. 17. Propo. 17.

Si ſint quotlibet numeri deinceps proportionales, quorum extremi ſint inter ſe primi, nō erit quemadmodum primus ad ſecūdum, ita vltimus ad quempiam alium.

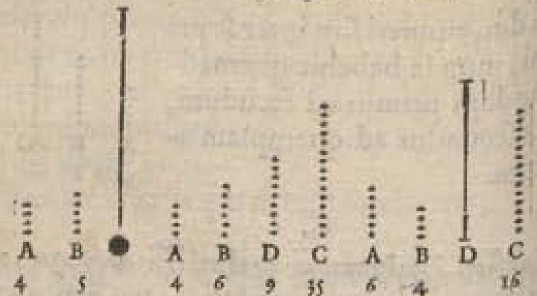


ιη

Δύο ἀριθμῶν δοθέντων, ἐπισκέψασθαι εἰ δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς τρίτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Theor. 18. Propo. 18.

Duobus numeris datis, cõsiderare posśitne tertius illis inueniri proportionalis.

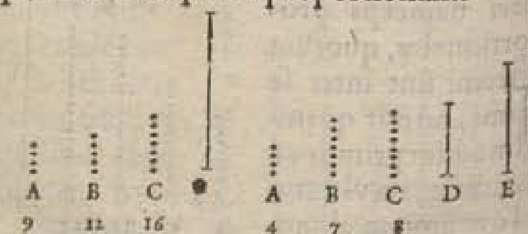


ιθ

Τριῶν ἀριθμῶν δοθέντων, ἐπισκέψασθαι εἰ δυνατόν ἐστιν αὐτοῖς τέταρτον ἀνάλογον προσευρεῖν.

Theor. 19. Propo. 19.

Tribus numeris datis, considerare posśitne quartus illis reperiri proportionalis.

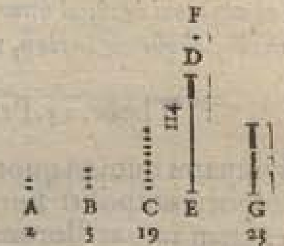


κ

Οἱ πρῶτοι ἀριθμοὶ πλείους εἰσὶ παντὸς τοῦ προτεθέντος πλήθους πρώτων ἀριθμῶν.

Theor. 20. Propo. 20.

Primi numeri plures sunt quacũque proposita multitudine primorũ numerorum.

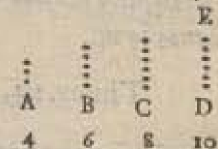


κα

Ἐὰν ἄρτιοι ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσιν, ὁ ὅλος ἄρτιός ἐστιν.

Theor. 21. Propo. 21.

Si pares numeri quotlibet compositi sint, totus est par.



κβ

Ἐὰν περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσι, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν ἄρτιον ᾖ, ὅλος ἄρτιος ἔσται.

Theor. 22. Propo. 22.

Si impares numeri quotlibet compositi

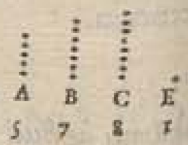
sint, sit autem par illorum multitudo, totus par erit.

κγ

Ἐὰν περισσοὶ ἀριθμοὶ ὁποσοιοῦν συντεθῶσι, τὸ δὲ πλῆθος αὐτῶν περισσὸν ᾖ, καὶ ὅλος περισσὸς ἔσται.

Theor. 23. Propo. 23.

Si impares numeri quotcunque compositi sint, sit autem impar illorum multitudo, & totus impar erit.

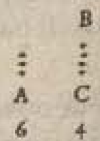


κδ

Ἐὰν ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ ἄρτιος ἀφαιρεθῇ, καὶ ὁ λοιπὸς ἄρτιος ἔσται.

Theor. 24. Propo. 24.

Si de pari numero par detractus sit, & reliquus par erit.



κε

Ἐὰν ἀπὸ ἀρτίου ἀριθμοῦ περισσὸς ἀφαιρεθῇ, καὶ ὁ λοιπὸς περισσὸς ἔσται.

Theor. 25. Propo. 25.

Si de pari numero impar detractus sit, & reliquus impar erit.

κϛ

Ἐὰν ἀπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ περισσὸς ἀφαιρεθῇ, καὶ ὁ λοιπὸς ἄρτιος ἔσται.

Theor. 26. Propo. 26.

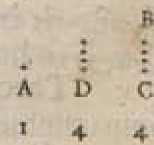
Si de impari numero impar detractus sit, & reliquus par erit.

κζ

Ἐὰν ἀπὸ περισσοῦ ἀριθμοῦ ἄρτιος ἀφαιρεθῇ, ὁ λοιπὸς περισσὸς ἔσται.

Theor. 27. Propo. 27.

Si ab impari numero par ablatus sit, reliquus impar erit.



κη

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς ἄρτιον πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος ἄρτιος ἔσται.

Theor.28.Propo.28.

Si impar numerus parem multiplicans procreet quempiam, procreatus par erit.

A B C
3 4 12

κθ

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς περισσὸν ἀριθμὸν πολλαπλασιάσας ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος περισσὸς ἔσται.

Theor.29.Propo.29.

Si impar numerus imparẽ numerũ multiplicãs quendã procreet, procreatus impar erit.

A B C
3 5 15

λ

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς ἄρτιον ἀριθμὸν μετρῇ, καὶ τὸν ἥμισυν αὐτοῦ μετρήσει.

Theor.30.Propo.30.

Si impar numerus parem numerum metiatur, & illius dimidium metietur.

A C B
3 6 18

λα

Ἐὰν περισσὸς ἀριθμὸς πρός τινα ἀριθμὸν πρῶτος ᾖ, καὶ πρὸς τὸν διπλάσιον αὐτοῦ πρῶτος ἔσται.

Theor.31.Propo.31.

Si impar numerus ad numerum quẽpiam primus sit, & ad illius duplũ primus erit.

A B C D
7 8 16

λβ

Τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ἀριθμῶν ἕκαστος ἀρτιάκις ἄρτιός ἐστι μόνον.

Theor.32.Propo.32.

Numerorum, qui à binario dupli sunt, vnusquisque pariter par est tantùm.

Vnitas. A B C D
2 4 8 16

λγ

Ἐὰν ἀριθμὸς τὸν ἥμισυν ἔχῃ περισσόν, ἀρτιάκις περισσός ἐστι μόνον.

Theor.33.Propo.33.

Si numerus dimidium impar habeat, pariter impar est tantùm.

A
20

λδ

Ἐὰν ἄρτιος ἀριθμὸς μήτε τῶν ἀπὸ δυάδος διπλασιαζομένων ᾖ, μήτε τὸν ἥμισυν ἔχῃ περισσόν, ἀρτιάκις τε ἄρτιός ἐστι καὶ ἀρτιάκις περισσός.

Theor.34.Propo.34.

Si par numerus nec sit duplus à binario, nec dimidium impar habeat, pariter par est, & pariter impar.

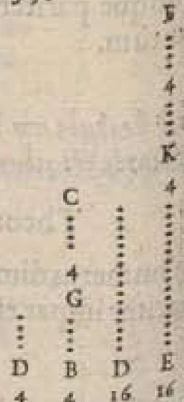
A
20

λε

Ἐὰν ὦσιν ὁσοιδηποτοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἀνάλογον, ἀφαιρεθῶσι δὲ ἀπό τε τοῦ δευτέρου καὶ τοῦ ἐσχάτου ἴσοι τῷ πρώτῳ, ἔσται ὡς ἡ τοῦ δευτέρου ὑπεροχὴ πρὸς τὸν πρῶτον, οὕτως ἡ τοῦ ἐσχάτου ὑπεροχὴ πρὸς τοὺς πρὸ ἑαυτοῦ ἅπαντας.

Theor. 35. Propo. 35.

Si sint quotlibet numeri deinceps proportionales, detrahantur autem de secundo & vltimo æquales ipsi primo, erit quemadmodum secundi excessus ad primum, ita vltimi excessus ad omnes qui vltimum antecedunt.



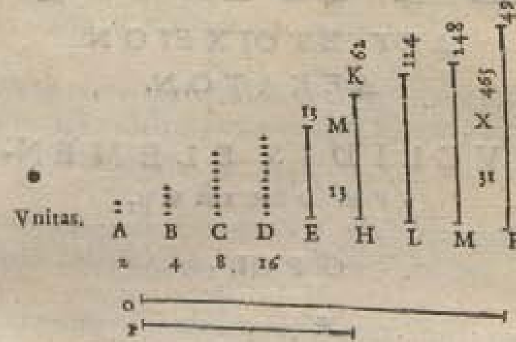
λϛ

Ἐὰν ἀπὸ μονάδος ὁποσοιοῦν ἀριθμοὶ ἑξῆς ἐκτεθῶσιν ἐν τῇ διπλασίονι ἀναλογίᾳ, ἕως οὗ ὁ σύμπας συντεθεὶς πρῶτος γένηται, καὶ ὁ σύμπας ἐπὶ τὸν ἔσχατον πολλαπλασιασθεὶς ποιῇ τινα, ὁ γενόμενος τέλειος ἔσται.

Theor. 36. Propo. 36.

Si ab vnitate numeri quotlibet deinceps

expositi sint in duplici proportione quoad totus compositus primus factus sit, isque totus in vltimum multiplicatus quempiam procreet, procreatus perfectus erit.



Elementi noni finis.

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ
ΔΕΚΑΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMEN-
TVM DECIMVM.

ὍΡΟΙ.

α

Σύμμετρα μεγέθη λέγεται, τὰ τῷ αὐτῷ μέτρῳ μετρούμενα.

DEFINITIONES.

1

Commensurabiles magnitudines dicuntur illæ, quas eadem mensura metitur.

β

Ἀσύμμετρα δὲ, ὧν μηδὲν ἐνδέχεται κοινὸν μέτρον γενέσθαι.

2

Incommēsurabiles verò magnitudines dicuntur hæ, quarum nullam mēsuram communem contingit reperiri.

γ

Εὐθεῖαι δυνάμει σύμμετροί εἰσιν, ὅταν τὰ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα τῷ αὐτῷ χωρίῳ μετρῆται.

3

Lineæ rectæ potentia cōmensurabiles sunt, quarum quadrata vna eadem superficies siue area metitur.

δ

Ἀσύμμετροι δὲ, ὅταν τοῖς ἀπ' αὐτῶν τετραγώνοις μηδὲν ἐνδέχηται χωρίον κοινὸν μέτρον γενέσθαι.

4

Incommensurabiles verò lineæ sunt, quarum quadrata, quæ metiatur area communis, reperiri nulla potest.

ε

Τούτων ὑποκειμένων, δείκνυται ὅτι τῇ προτεθείσῃ εὐθείᾳ ὑπάρχουσιν εὐθεῖαι πλήθει ἄπειροι, σύμμετροί τε καὶ ἀσύμμετροι, αἱ μὲν μήκει καὶ δυνάμει, αἱ δὲ δυνάμει μόνον. Καλείσθω οὖν ἡ μὲν προτεθεῖσα εὐθεῖα ῥητή.

5

Hæc cùm ita sint, ostendi potest quòd quātacunque linea recta nobis proponatur, existunt etiam aliæ lineæ innumerabiles eidem commensurabiles, aliæ item incommensurabiles, hæ quidem longitudine & potentia: illæ vero potentia tantùm. Vocetur igitur linea recta, quantacunque proponatur, ῥητὴ, id est rationalis.

ϛ

Καὶ αἱ ταύτῃ σύμμετροι εἴτε μήκει καὶ δυνάμει, εἴτε δυνάμει μόνον, ῥηταί.

6

Lineæ quoque illi ῥητῇ commensurabiles siue longitudine & potentia, siue potentia tantùm, vocentur & ipsæ ῥηταί, id est rationales.

ζ

Αἱ δὲ ταύτῃ ἀσύμμετροι, ἄλογοι καλείσθωσαν.

7

Quæ verò lineæ sunt incommensurabiles illi τῇ ῥητῇ, id est primo loco rationali, vocentur ἄλογοι, id est irrationales.

η

Καὶ τὸ μὲν ἀπὸ τῆς προτεθείσης εὐθείας τετράγωνον, ῥητόν.

8

Et quadratum quòd à linea proposita describitur quam ῥητὴν vocari voluimus, vocetur ῥητόν.

Καὶ τὰ

θ

Καὶ τὰ τούτῳ σύμμετρα, ῥητά.

9

Et quæ sunt huic commensurabilia, vocentur ῥητά.

ι

Τὰ δὲ τούτῳ ἀσύμμετρα, ἄλογα καλείσθω.

10

Quæ verò sint illi quadrato ῥητῷ scilicet incommensurabilia, vocentur ἄλογα, id est surda.

ια

Καὶ αἱ δυνάμεναι αὐτὰ, ἄλογοι. εἰ μὲν τετράγωνα εἴη, αὐταὶ αἱ πλευραί. εἰ δὲ ἕτερα τινὰ εὐθύγραμμα, αἱ ἴσα αὐτοῖς τετράγωνα ἀναγράφουσαι.

11

Et lineæ quæ illa incómensurabilia describunt, vocentur ἄλογοι. Et quidem si illa incommensurabilia fuerint quadrata, ipsa eorum latera vocabuntur ἄλογοι lineæ. quòd si quadrata quidem non fuerint, verùm aliæ quæpiam superficies siue figuræ rectilineæ, tunc verò lineæ illæ quæ describunt quadrata æqualia figuris rectilineis, vocentur ἄλογοι. i. irrationales

Προτάσεις. α.

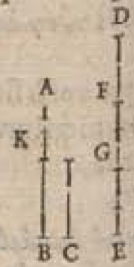
Δύο μεγεθῶν ἀνίσων ἐκκειμένων, ἐὰν ἀπὸ τοῦ μεί-

O

ζονος ἀφαιρεθῇ μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ, καὶ τοῦ καταλει-
πομένου μεῖζον ἢ τὸ ἥμισυ, καὶ τοῦ ἀεὶ γίγνηται, λει-
φθήσεταί τι μέγεθος, ὃ ἔστιν ἔλασσον ἐκκειμένου ἐ-
λάσσονος μεγέθους.

Theor. 1. Propo. 1.

Duabus magnitudinibus inæqualibus propositis, si de maiore detrahatur plus dimidio, & rursus de residuo iterum detrahatur plus dimidio, ídque semper fiat: relinquetur quædam magnitudo minor altera minore ex duabus propositis.



β

Ἐὰν δύο μεγεθῶν ἐκκειμένων ἀνίσων, ἀνθυφαιρου-
μένου ἀεὶ τοῦ ἐλάσσονος ἀπὸ τοῦ μείζονος, τὸ κατα-
λειπόμενον μηδέποτε καταμετρῇ τὸ πρὸ ἑαυτοῦ,
ἀσύμμετρα ἔσται τὰ μεγέθη.

Theor. 2. Propo. 2.

Duabus magnitudinibus propositis inæqualibus, si detrahatur semper minor de maiore, alterna quadam detractione, neque residuũ vnquam metiatur id quod

ante se metiebatur, incommẽsurabiles sunt illæ magnitudines.

γ

Δύο μεγεθῶν συμμέτρων δοθέντων, τὸ μέγιστον αὐτῶν
κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Probl. 1. Propo. 3.

Duabus magnitudinibus commensurabilibus datis, maximam ipsarum communem mensuram reperire.

δ

Τριῶν μεγεθῶν συμμέτρων δοθέντων, τὸ μέγιστον αὐ-
τῶν κοινὸν μέτρον εὑρεῖν.

Proble. 2. Propo. 4.

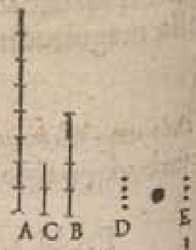
Tribus magnitudinibus commensurabilibus datis, maximam ipsarum communẽ mẽsuram reperire.

ε

Τὰ σύμμετρα μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει, ὃν
ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν.

Theor. 3. Propo. 5.

Commensurabiles magnitudines inter se proportionem eam habent, quam habet numerus ad numerum.



ϛ

Ἐὰν δύο μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχῃ, ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν, σύμμετρά ἐστι τὰ μεγέθη.

Theor. 4. Propo. 6.

Si duæ magnitudines proportionē eam habēt inter se, quam numerus ad numerum, commēsurabiles sunt illæ magnitudines.

ζ

Τὰ ἀσύμμετρα μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον οὐκ ἔχει, ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν.

Theor. 5. Propo. 7.

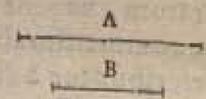
Incommensurabiles magnitudines inter se proportionē nō habent, quam numerus ad numerum.

η

Ἐὰν δύο μεγέθη πρὸς ἄλληλα λόγον μὴ ἔχῃ, ὃν ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμόν, ἀσύμμετρα ἔσται τὰ μεγέθη.

Theor. 6. Propo. 8.

Si duæ magnitudines inter se proportionem non habēt, quam numerus ad numerum, incommensurabiles illæ sunt magnitudines.

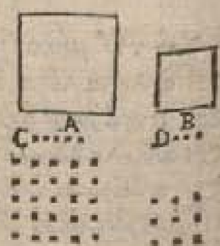


θ

Τὰ ἀπὸ τῶν μήκει συμμέτρων εὐθειῶν τετράγωνα, πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχει, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. καὶ τὰ τετράγωνα τὰ πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχοντα, ὃν τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν, καὶ τὰς πλευρὰς ἕξει μήκει συμμέτρους. τὰ δὲ ἀπὸ τῶν μήκει ἀσυμμέτρων εὐθειῶν τετράγωνα πρὸς ἄλληλα λόγον οὐκ ἔχει, ὅνπερ τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν. καὶ τὰ τετράγωνα τὰ πρὸς ἄλληλα λόγον μὴ ἔχοντα, ὅνπερ τετράγωνος ἀριθμὸς πρὸς τετράγωνον ἀριθμόν, οὐδὲ τὰς πλευρὰς ἕξει μήκει συμμέτρους.

Theor. 7. Propo. 9.

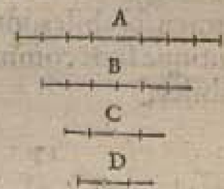
Quadrata, quæ describuntur à rectis lineis longitudine commensurabilibus, inter se proportionem habēt, quam numerus quadratus ad alium numerum quadratum. Et quadrata habentia proportionem inter se, quam quadratus numerus ad numerū quadratum, habent quoque latera longitudine commensurabilia. Quadrata verò quæ describuntur à lineis longitudine incommensurabilibus, proportionem non habēt inter se, quam quadratus numerus ad numerum alium quadratum. Et quadrata non habentia proportionem inter se, quam numerus quadratus ad numerum quadratū, neque latera habebunt longitudine commēsurabilia.



Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, τὸ δὲ πρῶτον τῷ δευτέρῳ σύμμετρον ᾖ, καὶ τὸ τρίτον τῷ τετάρτῳ σύμμετρον ἔσται. κἂν τὸ πρῶτον τῷ δευτέρῳ ἀσύμμετρον ᾖ, καὶ τὸ τρίτον τῷ τετάρτῳ ἀσύμμετρον ἔσται.

Theor. 8. Propo. 10.

Si quatuor magnitudines fuerint proportionales, prima verò secundæ fuerit commensurabilis, tertia quoq; quartæ commensurabilis erit. quòd si prima secundæ fuerit incommensurabilis, tertia quoque quartæ incommensurabilis erit.

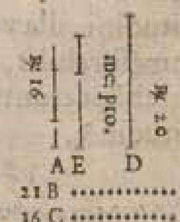


ια

Τῇ προτεθείσῃ εὐθείᾳ προσευρεῖν δύο εὐθείας ἀσυμμέτρους, τὴν μὲν μήκει μόνον, τὴν δὲ καὶ δυνάμει.

Probl. 3. Propo. 11.

Propositæ lineæ rectæ (quam ῥητὴν vocari diximus) reperire duas lineas rectas incommensurabiles, hanc quidem longitudine tantùm, il-



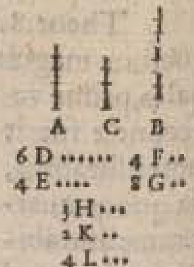
Iam verò non longitudine tantùm, ſed etiá potentia incommenſurabilem.

ιβ

Τὰ τῷ αὐτῷ μεγέθει σύμμετρα, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶ σύμμετρα.

Theor. 9. Propo. 12.

Magnitudines quæ eidem magnitudini ſunt commenſurabiles, inter ſe quoque ſunt commé-ſurabiles.

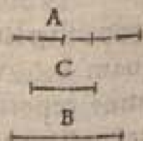


ιγ

Ἐὰν ᾖ δύο μεγέθη, καὶ τὸ μὲν σύμμετρον ᾖ τῷ αὐτῷ, τὸ δὲ ἕτερον ἀσύμμετρον, ἀσύμμετρα ἔσται τὰ μεγέθη.

Theor. 10. Propo. 13.

Si ex duabus magnitudinibus hæc quidem commenſurabilis ſit tertiæ magnitudini, illa verò eidé incomméſurabilis, incommenſurabiles erunt illę duæ magnitudines.



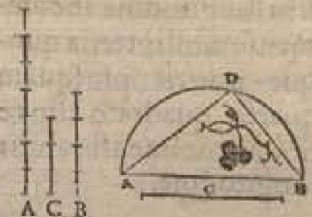
ιδ

Ἐὰν ᾖ δύο μεγέθη σύμμετρα, τὸ δὲ ἕτερον αὐτῶν με-

γέθει τινὶ ἀσύμμετρον ᾖ, καὶ τὸ λοιπὸν τῷ αὐτῷ ἀσύμμετρον ἔσται.

Theor. 11. Propo. 14.

Si duarum magnitudinum comméſurabilium altera fuerit incómenſurabilis magnitudini alteri cuipiá tertiæ, reliqua quoque magnitudo eidem tertiæ incommenſurabilis erit.



ιε

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, δύνηται δὲ ἡ πρώτη τῆς δευτέρας μεῖζον τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, καὶ ἡ τρίτη τῆς τετάρτης μεῖζον δυνήσεται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει. καὶ ἐὰν ἡ πρώτη τῆς δευτέρας μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, καὶ ἡ τρίτη τῆς τετάρτης μεῖζον δυνήσεται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

Theor. 12. Propo. 15.

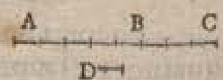
Si quatuor rectæ proportionales fuerint, poſſit autem prima pluſquàm ſecunda tanto quantum eſt quadratum lineæ ſibi commenſurabilis longitudine: tertia quoque poterit pluſquàm quarta táto quantum eſt quadratum lineæ sibi commēsurabilis longitudine. Quòd si prima posit plusquàm secunda quadrato lineæ sibi longitudine incommensurabilis: tertia quoque poterit plusquàm quarta quadrato lineæ sibi incommensurabilis longitudine.

ιϛ

Ἐὰν δύο μεγέθη σύμμετρα συντεθῇ, καὶ τὸ ὅλον ἑκατέρῳ αὐτῶν σύμμετρον ἔσται. κἂν τὸ ὅλον ἑνὶ αὐτῶν σύμμετρον ᾖ, καὶ τὰ ἐξ ἀρχῆς μεγέθη σύμμετρα ἔσται.

Theor. 13. Propo. 16.

Si duæ magnitudines cōmensurabiles componantur, tota magnitudo composita singulis partibus commensurabilis erit. quòd si tota magnitudo composita alterutri parti commensurabilis fuerit, illæ duę quoque partes commēsurabiles erunt.



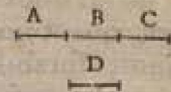
ιζ

Ἐὰν δύο μεγέθη ἀσύμμετρα συντεθῇ, καὶ τὸ ὅλον ἑκατέρῳ αὐτῶν ἀσύμμετρον ἔσται. κἂν τὸ ὅλον ἑνὶ

αὐτῶν ἀσύμμετρον ᾖ, καὶ τὰ ἐξ ἀρχῆς μεγέθη ἀσύμμετρα ἔσται.

Theor. 14. Propo. 17.

Si duæ magnitudines incommensurabiles componantur, ipsa quoque tota magnitudo singulis partibus componētibus incommensurabilis erit. Quòd si tota alteri parti incommensurabilis fuerit, illæ quoque primæ magnitudines inter se incommensurabiles erunt.

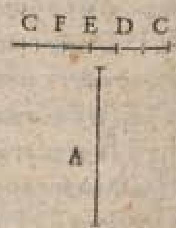


ιη

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι, τῷ δὲ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παραλληλόγραμμον παρὰ τὴν μείζονα παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, καὶ εἰς σύμμετρα αὐτὴν διαιρῇ μήκει, μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δυνήσεται, τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει. καὶ ἐὰν δὲ μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δύνηται, τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, τῷ δὲ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παραλληλόγραμμον παρὰ τὴν μείζονα παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, εἰς σύμμετρα αὐτὴν διαιρεῖ μήκει.

Theor. 15. Propo. 18.

Si fuerint duæ rectæ lineæ inæquales, & quartæ parti quadrati quod describitur à minore, æquale parallelogrammmm applicetur secundum maiorem, ex qua maiore tantum excurrat extra latus parallelogrammi, quantum est alterum latus ipsius parallelogrammi: si pręterea parallelogrammum sui applicatione diuidat lineã illam in partes inter se commensurabiles longitudine, illa maior linea tanto plus potest quàm minor, quantum est quadratum lineæ sibi commensurabilis longitudine. Quòd si maior plus possit quàm minor, tanto quantum est quadratum lineæ sibi commensurabilis longitudine, & præterea quartæ parti quadrati lineæ minoris æquale parallelogrammum applicetur secundum maiorem, ex qua maiore tantum excurrat extra latus parallelogrammi, quantum est alterũ latus ipsius parallelogrammi, parallelogrammum sui applicatione diuidit maiorem in partes inter se longitudine commensurabiles.

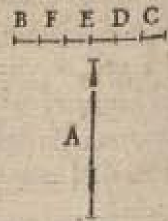


ιθ

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι ἄνισοι, τῷ δὲ τετάρτῳ μέρει τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παρὰ τὴν μείζονα παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, καὶ εἰς ἀσύμμετρα αὐτὴν διαιρῇ μήκει, ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δυνήσεται, τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ. καὶ ἐὰν ἡ μείζων τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ, τῷ δὲ τετάρτῳ τοῦ ἀπὸ τῆς ἐλάσσονος ἴσον παρὰ τὴν μείζονα παραβληθῇ ἐλλεῖπον εἴδει τετραγώνῳ, εἰς ἀσύμμετρα αὐτὴν διαιρεῖ μήκει.

Theor. 16. Propo. 19.

Si fuerint duæ rectæ inæquales, quartæ autem parti quadrati lineæ minoris æquale parallelogrammum secundum lineam maiorem applicetur, ex qua linea tantum excurrat extra latus parallelogrammi, quãtum est alterum latus eiusdem parallelogrammi: si parallelogrammum præterea sui applicatione diuidat lineam in partes inter se longitudine incommensurabiles, maior illa linea tanto plus potest quàm minor, quantum est quadratum lineæ sibi maiori incommensurabilis longitudine. Quòd si maior linea tãto plus possit quàm minor, quantum est quadratum lineæ incommensurabilis sibi longitudine: & præterea quartæ parti quadrati lineæ minoris æquale parallelogrammum applicetur secundum maiorem, ex qua tantum excurrat extra latus parallelogrammi, quantum est alterum latus ipsius: parallelogrammũ sui applicatione diuidit maiorem in partes inter se incommensurabiles longitudine.

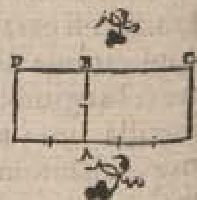


κ

Τὸ ὑπὸ ῥητῶν μήκει συμμέτρων κατά τινα τῶν προειρημένων τρόπων εὐθειῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ῥητόν ἐστιν.

Theor. 17. Propo. 20.

Superficies rectãgula contenta ex lineis rectis rationalibus longitudine commensurabilibus secũdum vnum aliquem modum ex antedictis, rationalis est.



κα

Ἐὰν ῥητὸν παρὰ ῥητὴν παραβληθῇ, πλάτος ποιεῖ ῥητὴν καὶ σύμμετρον τῇ παρ' ἣν παράκειται μήκει.

Theor. 18. Propo. 21.

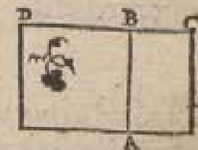
Si rationale secundum lineam rationalem applicetur, habebit alterum latus lineam rationalem & commensurabilem longitudine lineæ cui rationale parallelogrammum applicatur.

κβ

Τὸ ὑπὸ ῥητῶν δυνάμει μόνον συμμέτρων εὐθειῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἄλογόν ἐστι, καὶ ἡ δυναμένη αὐτὸ, ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ μέση.

Theor. 19. Propo. 22.

Superficies rectangula contenta duabus lineis rectis rationalibus potentia tantũ cõmensurabilibus, irrationalis est. Linea autem quæ illam superficiem potest, irrationalis & ipsa est: vocetur verò medialis.



κγ

Τὸ ἀπὸ μέσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ ῥητὴν καὶ ἀσύμμετρον τῇ παρ' ἣν παράκειται, μήκει.

Theor. 20. Propo. 23.

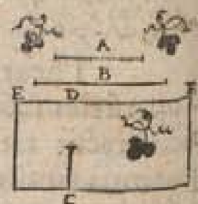
Quadrati lineæ medialis applicati secũdum lineam rationalem, alterum latus est linea rationalis, & incommensurabilis longitudine lineæ secundum quam applicatur.

κδ

Ἡ τῇ μέσῃ σύμμετρος, μέση ἐστί.

Theor. 21. Propo. 24.

Linea recta mediali commensurabilis, est ipsa quoque medialis.



κε

Τὸ ὑπὸ μέσων μήκει συμμέτρων εὐθειῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον, μέσον ἐστί.

Theor. 22. Propo. 25.

Parallelogrammũ rectangulum contentum ex lineis medialibus longitudine commensurabilibus, mediale est.

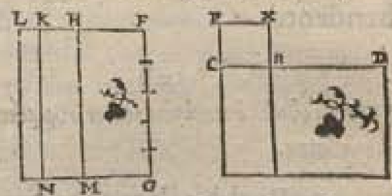
Τὸ ὑπὸ

κϛ

Τὸ ὑπὸ μέσων δυνάμει μόνον συμμέτρων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἤτοι ῥητόν, ἢ μέσον ἐστί.

Theor. 23. Propo. 26.

Parallelogrammum rectangulum comprehensum duabus lineis medialib⁹ potentia tãtùm commensurabilibus, vel rationale est, vel mediale.

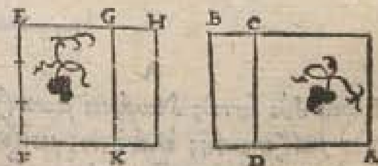


κζ

Μέσον μέσου οὐχ ὑπερέχει ῥητῷ.

Theor. 24. Propo. 27.

Mediale nõ est maius quàm mediale superficie rationali.



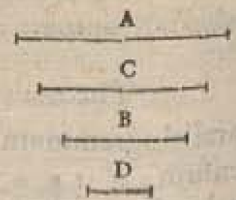
κη

Μέσας εὑρεῖν δυνάμει μόνον συμμέτρους, ῥητὸν περιεχούσας.

P

Probl. 5. Propo. 28.

Mediales lineas inuenire potentia tantùm commẽsurabiles rationale cõprehendentes.



κθ

Μέσας εὑρεῖν δυνάμει μόνον συμμέτρους μέσον περιεχούσας.

Probl. 5. Propo. 19.

Mediales lineas inuenire potentia tantùm commẽsurabiles mediale cõprehendentes.

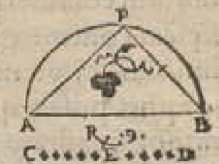
λ

Εὑρεῖν δύο ῥητὰς δυνάμει μόνον συμμέτρους, ὥστε τὴν μείζονα τῆς ἐλάττονος μεῖζον δύνασθαι τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

Probl. 6. Propo. 30.

Reperire duas rationales potentia tantùm

commensurabiles huiusmodi, vt maior ex illis possit plus quàm minor quadrato lineæ sibi commensurabilis longitudine.

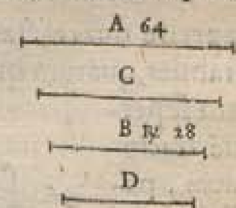


λα

Εὑρεῖν δύο μέσας δυνάμει μόνον συμμέτρους ῥητὸν περιεχούσας, ὥστε τὴν μείζονα τῆς ἐλάσσονος μεῖζον δύνασθαι τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

Probl. 7. Prop. 31.

Reperire duas lineas mediales potentia tantùm commensurabiles rationalem superficiem continentes, tales inquam, vt maior possit plus quàm minor quadrato lineæ sibi commensurabilis longitudine.



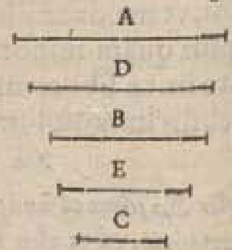
λβ

Εὑρεῖν δύο μέσας δυνάμει μόνον συμμέτρους μέσον περιεχούσας, ὥστε τὴν μείζονα τῆς ἐλάττονος μεῖζον δύνασθαι τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ.

Probl. 8. Propo. 32.

Reperire duas lineas mediales potentia

tantum commensurabiles medialem superficiem continentes, huiusmodi vt maior plus posſit quã minor quadrato lineæ sibi commensurabilis longitudine.

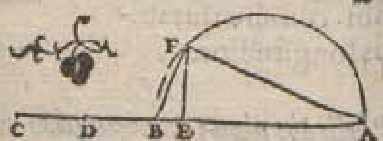


λγ

Εὑρεῖν δύο εὐθείας δυνάμει ἀσυμμέτρους, ποιούσας τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ῥητὸν, τὸ δὲ ὑπ' αὐτῶν μέσον.

Probl. 9. Propo. 33.

Reperire duas rectas potentia incommensurabiles, quarum quadrata simul addita faciant superficiẽ rationalem, parallelogrãmũ verò ex ipsis cõtentum sit mediale.

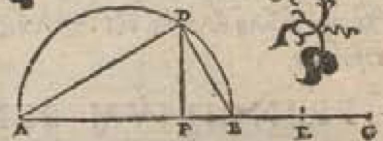


λδ

Εὑρεῖν δύο εὐθείας δυνάμει ἀσυμμέτρους, ποιούσας τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν ῥητόν.

Probl. 10. Propo. 34.

Reperire lineas duas rectas potẽtia incommensurabiles, conficientes compositum ex ipsarũ quadratis mediale, parallelogrãmum verò ex ipsis cõtentũ rationale.

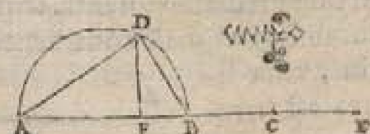


λε

Εὑρεῖν δύο εὐθείας δυνάμει ἀσυμμέτρους, ποιούσας τό, τε συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, καὶ τὸ ὑπ' αὐτῶν μέσον, καὶ ἔτι ἀσύμμετρον τῷ συγκειμένῳ ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων.

Probl. 11. Propo. 35.

Reperire duas lineas rectas potẽtia incommensurabiles, conficientes id quod ex ipsarum quadratis componitur mediale, simúlque parallelogrammum ex ipsis contẽtum, mediale, quod pręterea parallelogrammum sit incommẽsurabile composito ex quadratis ipsarum.



ἈΡΧῊ ΤΩ͂Ν ΚΑΤᾺ ΣΎΝ-θεσιν ἑξάδων.

λϛ

Ἐὰν δύο ῥηταὶ δυνάμει μόνον σύμμετροι συντεθῶσιν, ἡ ὅλη ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ ἐκ δύο ὀνομάτων.

PRINCIPIVM SENARIOrum per compositionem.

Theor. 25. Propo. 36.

Si duæ rationales potẽtia tantùm commensurabiles componantur, tota linea erit irrationalis. Vocetur autem Binomium.

λζ

Ἐὰν δύο μέσαι δυνάμει μόνον σύμμετροι συντεθῶσι ῥητὸν περιέχουσαι, ἡ ὅλη ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ ἐκ δύο μέσων πρώτη.

Theor. 26. Propo. 37.

Si duæ mediales potentia tantùm commensurabiles rationale continentes componantur, tota linea est irrationalis,

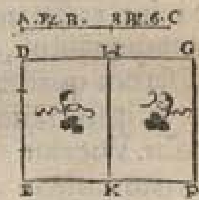
vocetur autem Bimediale prius.

λη

Ἐὰν δύο μέσαι δυνάμει μόνον σύμμετροι συντεθῶσι μέσον περιέχουσαι, ἡ ὅλη ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ ἐκ δύο μέσων δευτέρα.

Theor. 27. Propo. 38.

Si duæ mediales potentia tantùm commensurabiles mediale continentes componantur, tota linea est irrationalis. vocetur autem Bimediale secundum.



λθ

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι δυνάμει ἀσύμμετροι συντεθῶσι ποιοῦσαι τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων ῥητὸν, τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν μέσον, ἡ ὅλη εὐθεῖα ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ μείζων.

Theor. 28. Propo. 39.

Si duæ rectæ potentia incommensurabiles componantur, conficientes compositum ex quadratis ipsarum rationale, parallelogrammum verò ex ipsis contentum mediale, tota linea recta est irrationalis. Vocetur autem linea maior.

μ

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι δυνάμει ἀσύμμετροι συντεθῶσι, ποιοῦσαι τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν ῥητὸν, ἡ ὅλη εὐθεῖα ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη.

Theor.29. Propo.40.

Si duæ rectæ potentia incommensurabiles componantur, conficiẽtes compositum ex ipsarum quadratis mediale, id verò quod fit ex ipsis, rationale, tota linea est irrationalis. Vocetur autem potens rationale & mediale.

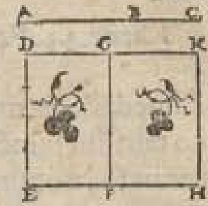
μα

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι δυνάμει ἀσύμμετροι συντεθῶσι ποιοῦσαι τό, τε συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων μέσον, καὶ τὸ ὑπ' αὐτῶν μέσον, καὶ ἔτι ἀσύμμετρον τῷ συγκειμένῳ ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, ἡ ὅλη εὐθεῖα ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ δύο μέσα δυναμένη.

Theor.30. Propo.41.

Si duæ rectæ potentia incommensurabiles componantur, conficientes compositum ex quadratis ipsarum mediale, & quod cõtinetur ex ipsis, mediale, & præterea in-

commensurabile composito ex quadratis ipsarum, tota linea est irrationalis. Vocetur autem potẽs duo medialia.



μβ

Ἡ ἐκ δύο ὀνομάτων καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Theor.31. Propo.42.

Binomium in vnico tantùm puncto diuiditur in sua nomina, id est in lineas ex quibus componitur.

μγ

Ἡ ἐκ δύο μέσων πρώτη καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

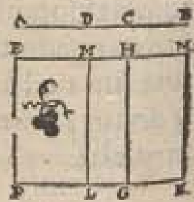
Theor.32. Propo.43.

Bimediale prius in vnico tantùm pũcto diuiditur in sua nomina.

μδ

Ἡ ἐκ δύο μέσων δευτέρα καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Theor. 33. Propo. 44.



Bimediale secundū in vnico tantùm puncto diuiditur in sua nomina.

με

Ἡ μείζων κατὰ τὸ αὐτὸ μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Theor. 34. Propo. 45.

Linea maior in vnico tantùm puncto diuiditur in sua nomina.

μϛ

Ἡ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

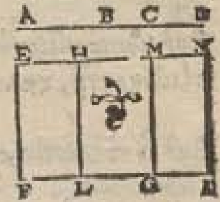
Theor. 35. Propo. 46.

Linea potens rationale & mediale in vnico tantùm puncto diuiditur in sua nomina.

μζ

Ἡ δύο μέσα δυναμένη καθ' ἓν μόνον σημεῖον διαιρεῖται εἰς τὰ ὀνόματα.

Theor. 36. Proposi. 47.



Linea potens duo medialia in vnico tantùm puncto diuiditur in sua nomina.

ΟΡΟΙ ΔΕΥΤΕΡΟΙ.

Ὑποκειμένης ῥητῆς, καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων διῃρημένης εἰς τὰ ὀνόματα, ἧς τὸ μεῖζον ὄνομα τοῦ ἐλάττονος μεῖζον δύναται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

α

Ἐὰν μὲν τὸ μεῖζον ὄνομα σύμμετρον ᾖ μήκει τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ, καλείσθω ὅλη ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτη.

β

Ἐὰν δὲ τὸ ἔλασσον ὄνομα σύμμετρον ᾖ μήκει τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ, καλείσθω ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέρα.

γ

Ἐὰν δὲ μηδέτερον τῶν ὀνομάτων σύμμετρον ᾖ μήκει τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ, καλείσθω ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτη.

Πάλιν δὴ ἐὰν τὸ μεῖζον ὄνομα τοῦ ἐλάσσονος μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

δ

Ἐὰν μὲν τὸ μεῖζον ὄνομα σύμμετρον ᾖ μήκει τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ, καλείσθω ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτη.

ε

Ἐὰν δὲ τὸ ἔλαττον, πέμπτη.

ζ

Ἐὰν δὲ μηδέτερον, ἕκτη.

DEFINITIONES.
secundæ.

Proposita linea rationali, & binomio diuiso in sua nomina, cuius binomij maius nomen, id est maior portio possit plusquàm minus nomen quadrato lineæ sibi, maiori inquam nomini, commensurabilis longitudine:

1

Si quidem maius nomen fuerit commensurabile longitudine propositæ lineæ rationali, vocetur tota linea Binomium primum:

2

Si verò minus nomẽ, id est minor portio Binomij, fuerit commensurabile longitudine propositæ lineæ rationali, vocetur tota linea Binomium secundum

3

Si verò neutrum nomen fuerit commensurabile longitudine propositæ lineæ rationali, vocetur Binomium tertium.

Rursus si maius nomen possit plusquàm minus nomen quadrato lineæ sibi incommensurabilis longitudine:

4

Si quidem maius nomen est commensurabile longitudine propositæ lineæ rationali, vocetur tota linea Binomium quartum:

5

Si verò minus nomen fuerit commensurabile longitudine lineæ rationali, vocetur Binomium quintum.

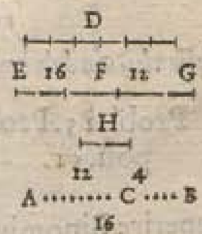
6

Si verò neutrum nomen fuerit longitudine commensurabile lineæ rationali, vocetur illa Binomium sextum.

μη

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτην.

Probl. 12. Proposi. 48.

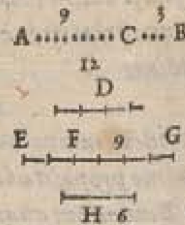


Reperire Binomiũ primum.

μθ

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέραν.

Proble. 13. Proposi. 49.

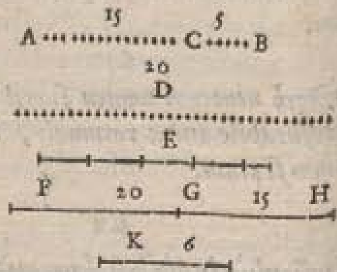


Reperire Binomiũ secundum.

ν

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτην.

Probl. 14. Prop. 50.

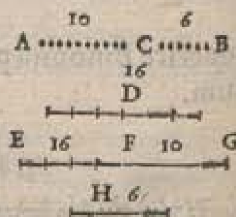


Reperire Binomium tertium.

να

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτην.

Probl. 15. Proposi. 51.

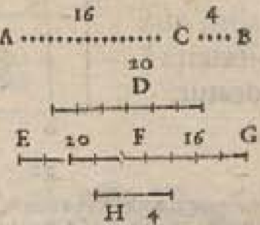


Reperire Binomium quartum.

νβ

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτην.

Probl. 16. Proposi. 52.

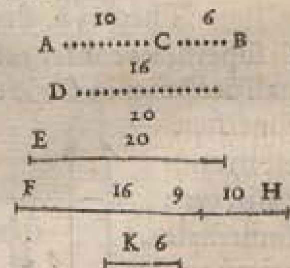


Reperire Binomiũ quintum.

νγ

Εὑρεῖν τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτην.

Probl. 17. Proposi. 53.



Reperire Binomiũ sextum.

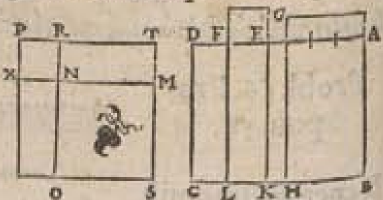
νδ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἐκ δύο ὀνομάτων.

Theor. 37. Propo. 54.

Si superficies contenta fuerit ex rationa-

li & Binomio primo, linea quæ illã ſuperfi-
ciẽ poteſt, eſt irrationalis, quæ Binomiũ vocatur.

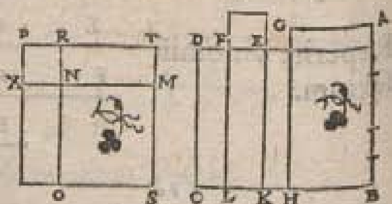


νε

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέρας, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἐκ δύο μέσων πρώτη.

Theor. 38. Propo. 55.

Si ſuperficies contenta fuerit ex linea rationali & Binomio ſecũdo, linea potens illam ſuperficiẽ eſt irrationalis, quæ Bimediale primũ vocatur.



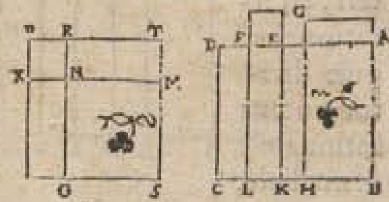
νϛ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ἐκ δύο μέσων δευτέρα.

Theor. 39. Propo. 56.

Si ſuperficies contineatur ex rationali & Binomio

Binomio tertio, linea quę illam ſuperficiem poteſt, eſt irrationalis, quæ dicitur Bimediale ſecũdum.

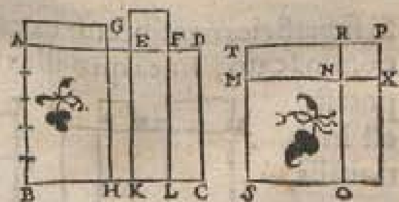


νζ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη μείζων.

Theor. 40. Propo. 57.

Si ſuperficies contineatur ex rationali & Binomio quarto, linea potens ſuperficiẽ illam, eſt irrationalis, quæ dicitur maior.



νη

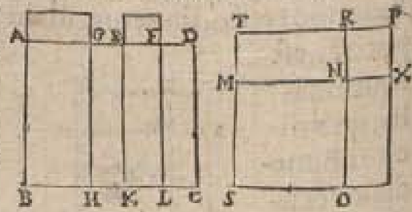
Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη ἄλογός ἐστιν ἡ καλουμένη ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη.

Theor. 41. Propo. 58.

Si ſuperficies contineatur ex rationali & Binomio quinto, linea quæ illam ſuper-

Q

ficiem potest, est irrationalis quæ dicitur potens rationale & mediale.

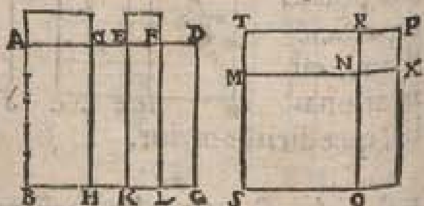


νθ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἄλογός ἐστι, ἡ καλουμένη δύο μέσα δυναμένη.

Theor.42.Propo.59.

Si superficies contineatur ex rationali & Binomio sexto, linea quæ illam superficiem potest, est irrationalis, quę dicitur potens duo medialia.

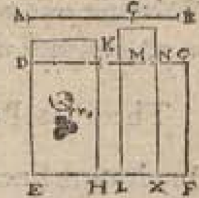


ξ

Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτην.

Theor.43.Propo.60.

Quadratum Binomii secundum lineam rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium primum.

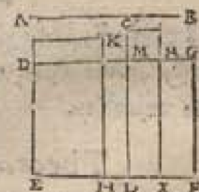


ξα

Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσων πρώτης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέραν.

Theor.44.Propo.61.

Quadratū Bimedialis primi secundum rationalem lineam applicatum, facit alterum latus Binomium secundum.



ξβ

Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσων δευτέρας παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτην.

Theor.45.Proposi.62.

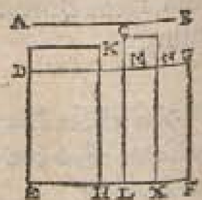
Quadratum Bimedialis secundi secundū rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium tertium.

ξγ

Τὸ ἀπὸ τῆς μείζονος παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτην.

Theor.46. Propo.63.

Quadratum lineæ maioris ſecundum lineam rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium quartum.

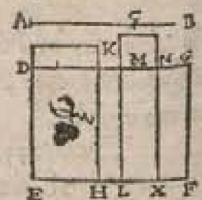


ξδ

Τὸ ἀπὸ τῆς ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτην.

Theor.47. Propo.64.

Quadratum lineæ potentis rationale & mediale ſecundum rationalem applicatum, facit alterũ latus Binomium quintum.

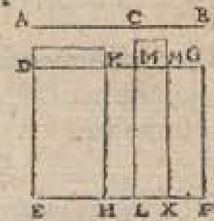


ξε

Τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσα δυναμένης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτην.

Theor.48. Propo.65.

Quadratum lineæ potentis duo medialia ſecundũ rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium ſextum.



ξϛ

Ἡ τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων μήκει σύμμετρος, καὶ αὐτὴ ἐκ δύο ὀνομάτων ἐστὶ, καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτή.

Theor.49. Propo.66.

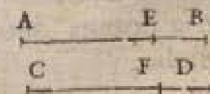
Linea longitudine commenſurabilis Binomio eſt, & ipſa Binomium eiuſdem ordinis.

ξζ

Ἡ τῇ ἐκ δύο μέσων μήκει σύμμετρος, ἐκ δύο μέσων ἐστὶ, καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτή.

Theor.50. Propo.67.

Linea longitudine comměſurabilis alteri bimedialium eſt, & ipſa bimediale etiam eiuſdem ordinis.

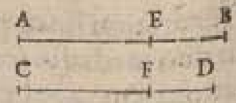


ξη

Ἡ τῇ μείζονι σύμμετρος, καὶ αὐτὴ μείζων ἐστίν.

Theor. 51. Propo. 68.

Linea commensurabilis lineæ maiori, est & ipsa maior.

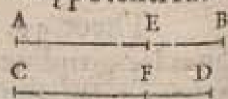


ξθ

Ἡ τῇ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένῃ σύμμετρος, καὶ αὐτὴ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη ἐστί.

Theor. 52. Propo. 69.

Linea commensurabilis lineę potenti rationale & mediale, est & ipsa linea potẽs rationale & mediale.

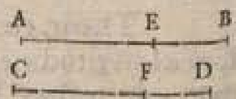


ο

Ἡ τῇ δύο μέσα δυναμένῃ σύμμετρος, δύο μέσα δυναμένη ἐστί.

Theor. 53. Propo. 70.

Linea commensurabilis lineæ potenti duo medialia, est & ipsa linea potens duo medialia.

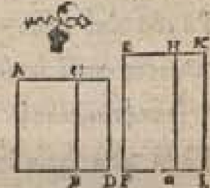


οα

Ῥητοῦ καὶ μέσου συντιθεμένου, τέσσαρες ἄλογοι γίνονται, ἢ ἐκ δύο ὀνομάτων, ἢ ἐκ δύο μέσων πρώτη, ἢ μείζων, ἢ ἡ ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένη.

Theor. 54. Propo. 71.

Si duæ superficies rationalis & medialis simul componantur, linea quæ totam superficiem compositã potest, est vna ex quatuor irrationalibus, vel ea quæ dicitur Binomium, vel bimediale primum, vel linea maior, vel linea potens rationale & mediale.

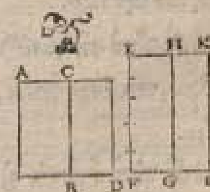


οβ

Δύο μέσων ἀσυμμέτρων ἀλλήλοις συντιθεμένων, αἱ λοιπαὶ δύο ἄλογοι γίνονται, ἤτοι ἡ ἐκ δύο μέσων δευτέρα, ἢ ἡ δύο μέσα δυναμένη.

Theor. 55. Propo. 72.

Si duæ superficies mediales incommensurabiles simul cõponantur, fiunt reliquæ duę lineæ irrationales, vel bimediale secundum, vel linea potens duo medialia.



ΣΧΟ΄ΛΙΟΝ.

Ἡ ἐκ δύο ὀνομάτων καὶ αἱ μετ' αὐτὴν ἄλογοι, οὔτε τῇ μέσῃ, οὔτε ἀλλήλαις εἰσὶν αἱ αὐταί.

Τὸ μὲν ἀπὸ μέσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ ῥητὴν, καὶ ἀσύμμετρον τῇ παρ' ἣν παράκειται, μήκει.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πρώτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσων πρώτης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων δευτέραν.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ἐκ δύο μέσων δευτέρας παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τρίτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς μείζονος παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων τετάρτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένης παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων πέμπτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς δύο μέσα δυναμένης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων ἕκτην.

Ἐπεὶ οὖν τὰ εἰρημένα πλάτη διαφέρει τοῦ τε πρώτου καὶ ἀλλήλων, τοῦ μὲν πρώτου, ὅτι ῥητή ἐστιν, ἀλλήλων δὲ, ὅτι τῇ τάξει οὐκ εἰσὶν αἱ αὐταὶ, δῆλον ὡς καὶ αὐταὶ αἱ ἄλογοι διαφέρουσιν ἀλλήλων.

SCHOLIVM.

Binomium & cæteræ consequentes lineæ irrationales, neque sunt eædem cum linea mediali, neque ipsæ inter se.

Nam quadratum lineæ medialis applicatum secũdum lineam rationalem, facit alterum latus lineam rationalem, & longitudine incommensurabilem lineæ secundum quam applicatur, hoc est, lineæ rationali, per 23.

Quadratum verò Binomij secundum rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium primum, per 60.

Quadratum verò Bimedialis primi secundum rationaelm applicatũ, facit alterum latus Binomium secundum, per 61.

Quadratum verò Bimedialis secundi secundum rationalem applicatum, facit alterum latus Bi-

nomium tertium, per 62.

Quadratum verò lineæ maioris secundum rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium quartum, per 63.

Quadratum verò lineæ potentis rationale & mediale secundum rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium quintum, per 64.

Quadratum verò lineæ potentis duo medialia secundum rationalem applicatum, facit alterum latus Binomium sextum, per 65.

Cùm igitur dicta latera, quæ latitudines vocātur, differant & à prima latitudine, quoniam est rationalis, cùm inter se quoque differant, eo quia sunt Binomia diuersorum ordinum: manifestū est ipsas lineas irrationales, differentes esse inter se.

ΔΕΥΤΈΡΑ ΤΆΞΙΣ ΕΤΈΡΩΝ
λόγων τῶν κατ' ἀφαίρεσιν.
Ἀρχὴ τῶν κατ' ἀφαίρεσιν ἑξάδων.

ογ

Ἐὰν ἀπὸ ῥητῆς ῥητὴ ἀφαιρεθῇ δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ ἀποτομή.

SECVNDVS ORDO ALTERIVS
sermonis, qui est de detractione.

Principium senariorum per detractionem.

Theor. 56. Propo. 73.

Si de linea rationali detrahatur rationalis potentia tantùm commensurabilis ipsi toti, residua est irrationalis. voccetur autem Residuum.

οδ

Ἐὰν ἀπὸ μέσης μέση ἀφαιρεθῇ δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ῥητὸν περιέχῃ, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ μέσης ἀποτομὴ πρώτη.

Theor. 57. Propo. 74.

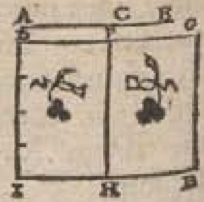
Si de linea mediali detrahatur medialis potentia tantùm commensurabilis toti lineæ, quę verò detracta est cum tota contineat superficiem rationalem, residua est irrationalis. Vocetur autem Residuū mediale primū.

οε

Ἐὰν ἀπὸ μέσης μέση ἀφαιρεθῇ δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης μέσον περιέχῃ, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ μέσης ἀποτομὴ δευτέρα.

Theor. 58. Propo. 75.

Si de linea mediali detrahatur medialis potentia tantùm commensurabilis toti, quæ verò detracta est, cum tota cõtineat superficiem medialem, reliqua est irrationalis. Vocetur autẽ residuũ mediale secundum.



οϛ

Εὰν ἀπὸ εὐθείας εὐθεῖα ἀφαιρεθῇ δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν ἀπ' αὐτῶν ἅμα ῥητὸν, τὸ δ' ὑπ' αὐτῶν μέσον, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ ἐλάσσων.

Theor. 57. Propo. 76.

Si de linea recta detrahatur recta potentia incommensurabilis toti, compositum autem ex quadratis totius lineæ & lineę detractæ sit rationale, parallelogrammum verò ex iisdem contentum sit mediale, reliqua linea erit irrationalis. Vocetur autem linea minor.

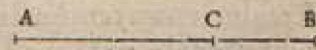
οζ

Εὰν ἀπὸ εὐθείας εὐθεῖα ἀφαιρεθῇ δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν

συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν, ῥητὸν, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα.

Theor. 58. Propo. 77.

Si de linea recta detrahatur recta potentia incommensurabilis toti lineæ, compositum autem ex quadratis totius & lineæ detractæ sit mediale, parallelogrammum verò bis ex eisdem contentum sit rationale, reliqua linea est irrationalis. Vocetur autem linea faciens cum superficie rationali totam superficiem medialem.

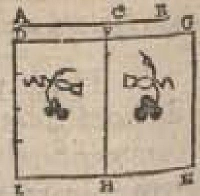


οη

Εὰν ἀπὸ εὐθείας εὐθεῖα ἀφαιρεθῇ δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν, μέσον, ἔτι δὲ τὰ ἀπ' αὐτῶν τετράγωνα ἀσύμμετρα τῷ δὶς ὑπ' αὐτῶν, ἡ λοιπὴ ἄλογός ἐστι. καλείσθω δὲ ἡ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα.

Theor. 59. Propo. 78.

Si de linea recta detrahatur recta potentia incommensurabilis toti lineæ, compositum autem ex quadratis totius & lineæ detractæ sit mediale, parallelogrammum verò bis ex iisdem sit etiam mediale: præterea sint quadrata ipsarum incommensurabilia parallelogrammo bis ex iisdem contẽto, reliqua linea est irrationalis. Vocetur autem linea faciẽs cum superficie mediali totã superficiem medialem.



οθ

Τῇ ἀποτομῇ μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα ῥητὴ, δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ.

Theor. 60. Propo. 79.

Residuo vnica tantùm linea recta cõiungitur rationalis, potẽtia tantùm cõmẽsurabilis toti lineæ.

π

Τῇ μέσῃ ἀποτομῇ πρώτῃ μόνον μία προσαρμόζει εὐθεῖα μέση, δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ῥητὸν περιέχουσα.

Theor. 61. Propo. 80.

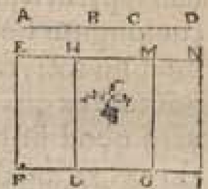
Residuo mediali primo vnica tantùm linea coniungitur medialis, potentia tantùm cõmensurabilis toti, ipsa cum tota continens rationale.

πα

Τῇ μέσῃ ἀποτομῇ δευτέρᾳ μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα μέση, δυνάμει μόνον σύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης μέσον περιέχουσα.

Theor. 62. Propo. 81.

Residuo mediali secundo vnica tantùm coniungitur medialis, potentia tantùm commensurabilis toti, ipsa cum tota continens mediale.



πβ

Τῇ ἐλάσσονι μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, ποιοῦσα μετὰ τῆς ὅλης τὸ μὲν ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, ῥητὸν, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν, μέσον.

Theor. 63. Propo. 82.

Lineæ minori vnica tantùm recta coniungitur potentia incommensurabilis toti, faciens cum tota compositum ex quadratis ipsarum rationale, id verò parallelogrammum, quod bis ex ipsis fit, mediale.

πγ

Τῇ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τὸ μὲν συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν, ῥητόν.

Theor. 64. Propo. 83.

Lineæ facienti cum superficie rationali totam superficiem medialem, vnica tantùm coniungitur linea recta potentia incommésurabilis toti, faciens autem cum tota compositum ex quadratis ipsarum, mediale, id verò quod fit bis ex ipsis, rationale.

πδ

Τῇ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ μία μόνον προσαρμόζει εὐθεῖα δυνάμει ἀσύμμετρος οὖσα τῇ ὅλῃ, μετὰ δὲ τῆς ὅλης ποιοῦσα τό, τε συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων, μέσον, τὸ δὲ δὶς ὑπ' αὐτῶν, μέσον, καὶ ἔτι ἀσύμμετρον τὸ συγκείμενον ἐκ τῶν ἀπ' αὐτῶν τῷ δὶς ὑπ' αὐτῶν.

Theorem. 65. Propositio 84.

Lineæ cum mediali superficie facienti totam superficiem medialem, vnica tantùm coniungitur linea potentia toti incómésurabilis, faciens cum tota compositum ex quadratis ipsarú mediale, id verò quod fit

bis

bis ex ipsis etiam mediale, & præterea faciens compositum ex quadratis ipsarum incommensurabile ei quod fit bis ex ipsis.

ΟΡΟΙ ΤΡΙΤΟΙ.

Ὑποκειμένης ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς.

α

Ἐὰν μὲν ὅλη τῆς προσαρμοζούσης μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ μήκει, καὶ ἡ ὅλη σύμμετρος ᾖ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, καλείσθω ἀποτομὴ πρώτη.

β

Ἐὰν δὲ ἡ προσαρμόζουσα σύμμετρος ᾖ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, καὶ ἡ ὅλη τῆς προσαρμοζούσης μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ, καλείσθω ἀποτομὴ δευτέρα.

γ

Ἐὰν δὲ μηδετέρα σύμμετρος ᾖ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, ἡ δὲ ὅλη τῆς προσαρμοζούσης μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ συμμέτρου ἑαυτῇ, καλείσθω ἀποτομὴ τρίτη.

Πάλιν ἐὰν ἡ ὅλη τῆς προσαρμοζούσης μεῖζον δύνηται τῷ ἀπὸ ἀσυμμέτρου ἑαυτῇ μήκει.

δ

Ἐὰν μὲν ὅλη σύμμετρος ᾖ τῇ ἐκκειμένῃ ῥητῇ μήκει, καλείσθω ἀποτομὴ τετάρτη.

ε

Ἐὰν δὲ ἡ προσαρμόζουσα, πέμπτη.

ϛ

Ἐὰν δὲ μηδετέρα, ἕκτη.

DEFINITIONES
tertiæ.

Proposita linea rationali & residuo.

1

Si quidem tota, nempe composita ex ipso residuo & linea illi cōiuncta, plus potest quàm coniuncta, quadrato lineæ sibi commensurabilis lōgitudine, fueritque tota longitudine commensurabilis lineæ propositæ rationali, residuum ipsum vocetur Residuum primum:

2

Si verò coniuncta fuerit longitudine commensurabilis rationali, ipsa autem tota plus poßit quàm coniuncta, quadrato lineæ sibi longitudine commensurabilis, residuum vocetur Residuum secundum:

3

Si verò neutra linearum fuerit lōgitudine commensurabilis rationali, poßit autem ipsa tota plusquàm coniuncta, quadrato lineæ sibi longitudine commensurabilis vocetur Residuum tertium.

Rursus si tota poßit plus quàm cōiuncta, quadrato lineæ sibi longitudine incommensurabilis.

4

Et quidem si tota fuerit longitudine commensurabilis ipsi rationali, vocetur Residuū quartum:

5

Si verò coniuncta fuerit longitudine commensurabilis rationali, & tota plus poßit quàm coniuncta, quadrato lineæ sibi longitudine incommensurabilis, vocetur Residuum quintum.

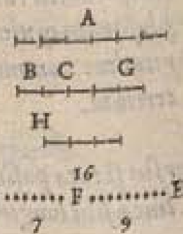
6

Si verò neutra linearum fuerit commensurabilis longitudine ipsi rationali, fueritque tota potentior quàm coniuncta, quadrato lineæ sibi longitudine incommensurabilis, vocetur Residuum sextum.

πε

Εὑρεῖν τὴν πρώτην ἀποτομήν.

Probl. 18. Pro-
posi. 85.

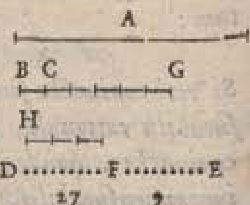


Reperire primum Residuum.

πϛ

Εὑρεῖν τὴν δευτέραν ἀποτομήν.

Probl. 19. Pro-
posi. 86.

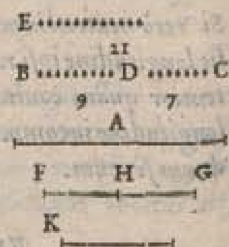


Reperire ſecundum Reſiduum.

πζ

Εὑρεῖν τὴν τρίτην ἀποτομήν.

Probl. 20. Pro-
posi. 87.

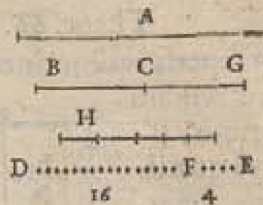


Reperire tertium Reſiduum.

πη

Εὑρεῖν τὴν τετάρτην ἀποτομήν.

Probl. 21. Pro-
poſi. 88.

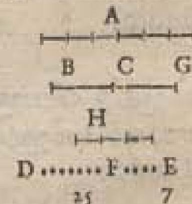


Reperire quartum Reſiduum.

πθ

Εὑρεῖν τὴν πέμπτην ἀποτομήν.

Problema 22. Pro-
poſitio 89.

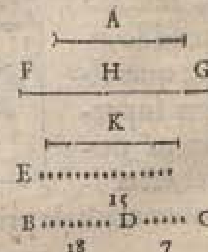


Reperire quintum Reſiduum.

ϟ

Εὑρεῖν τὴν ἕκτην ἀποτομήν.

Problema 22. Pro-
poſitio 90.



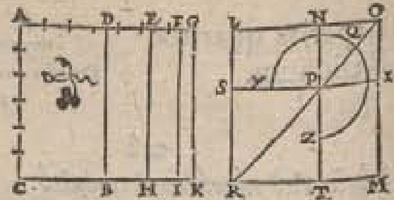
Reperire ſextum Reſiduum.

ϟα

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς πρώτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἀποτομή ἐστιν.

Theor. 66. Propo. 91.

Si superficies contineatur ex linea rationali & residuo primo, linea quæ illam superficiem potest, est residuum.

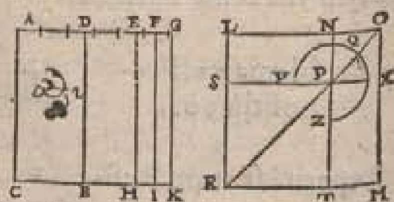


ϟβ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς δευτέρας, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, μέσης ἀποτομή ἐστι πρώτη.

Theor. 67. Propo 92.

Si superficies contineatur ex linea rationali & residuo secundo, linea quæ illam superficiem potest, est residuum mediale primum.

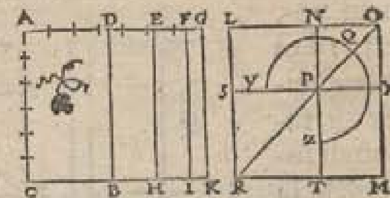


ϟγ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς τρίτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, μέσης ἀποτομή ἐστι δευτέρα.

Theor. 68. Propo. 93.

Si superficies contineatur ex linea rationali & residuo tertio, linea quæ illam superficiem potest, est residuum mediale secundum.

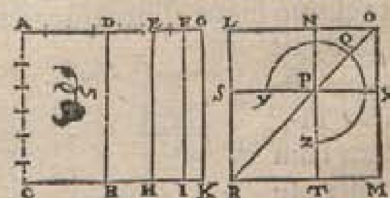


ϟδ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς τετάρτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἐλάσσων ἐστίν.

Theor. 69. Propo. 94.

Si superficies contineatur ex linea rationali & residuo quarto, linea quæ illam superficiem potest, est linea minor.

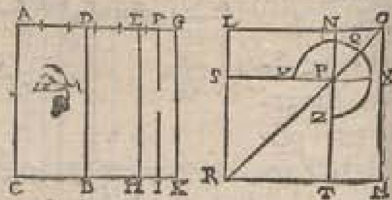


ϟε

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς πέμπτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ἡ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα ἐστίν.

Theor.70. Propo.95.

Si ſuperficies contineatur ex linea rationali & reſiduo quinto, linea quæ illam ſuperficiem poteſt, eſt ea quæ dicitur cũ rationali ſuperficie faciens totam medialem.



ϟϛ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ῥητῆς καὶ ἀποτομῆς ἕκτης, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσά ἐστι.

Theor. 71. Propo.96.

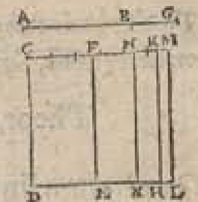
Si ſuperficies contineatur ex linea rationali & reſiduo ſexto, linea quæ illam ſuperficiẽ poteſt, eſt ea quæ dicitur faciens cum mediali ſuperficie totam medialem.

ϟζ

Τὸ ἀπὸ ἀποτομῆς παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν πρώτην.

Theor.72. Propo.97.

Quadratum reſidui ſecundum lineam rationalẽ applicatum, facit alterum latus Reſiduum primum.

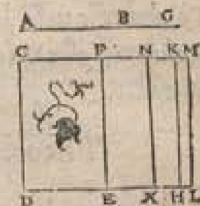


ϟη

Τὸ ἀπὸ μέσης ἀποτομῆς πρώτης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν δευτέραν.

Theor.73. Propo.98.

Quadratum reſidui medialis primi ſecundum rationalem applicatum, facit alterum latus Reſiduũ ſecundum.

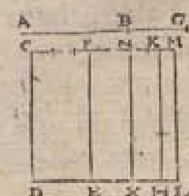


ϟθ

Τὸ ἀπὸ μέσης ἀποτομῆς δευτέρας παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν τρίτην.

Theor.74. Propo.99.

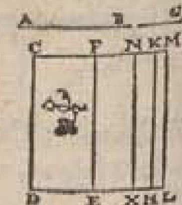
Quadratũ reſidui medialis ſecundi ſecundum rationalem applicatum, facit alterũ latus Reſiduum tertium.



ρ

Τὸ ἀπὸ ἐλάσσονος παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν τετάρτην.

Theor. 75. Propo. 100.

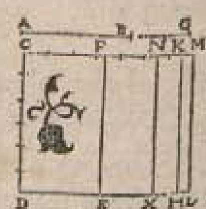


Quadratum lineę minoris ſecundum rationalem applicatum, facit alterum latus reſiduum quartum.

ρα

Τὸ ἀπὸ τῆς μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν πέμπτην.

Theor. 76. Propo. 101.

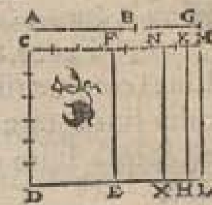


Quadratum lineæ cum rationali ſuperficie facientis totam medialem, ſecundũ rationalem applicatũ, facit alterũ latus reſiduum quintum.

ρβ

Τὸ ἀπὸ τῆς μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιούσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν ἕκτην.

Theor. 77. Propo. 102.



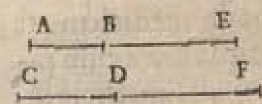
Quadratum lineæ cũ mediali ſuperficie facietis totam medialem, ſecundum rationalem applicatũ, facit alterũ latus, reſiduum ſextum.

ργ

Ἡ τῇ ἀποτομῇ μήκει σύμμετρος, ἀποτομή ἐστι, καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτή.

Theor. 78. Propo. 103.

Linea reſiduo commenſurabilis longitudine, eſt & ipſa reſiduum, & eiuſdem ordinis.

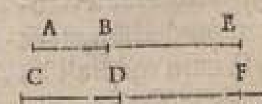


ρδ

Ἡ τῇ μέσῃ ἀποτομῇ σύμμετρος, μέσῃ ἀποτομή ἐστι, καὶ τῇ τάξει ἡ αὐτή.

Theor. 79. Propo. 104.

Linea commenſurabilis reſiduo mediali, eſt & ipſa reſiduũ mediale, & eiuſdem ordinis.

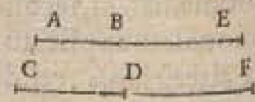


ρε

Ἡ τῇ ἐλάσσονι σύμμετρος, ἐλάσσων ἐστίν.

Theor. 80. Propo. 105.

Linea commenſurabilis lineæ minori, eſt & ipſa linea minor.

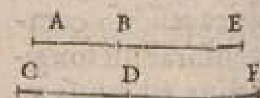


ρϛ

Ἡ τῇ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ σύμμετρος, καὶ αὐτὴ μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσά ἐστιν.

Theor. 81. Propo. 106.

Linea commenſurabilis lineæ cum rationali ſuperficie facienti totam medialem, eſt & ipſa linea cum rationali ſuperficie faciens totam medialem.

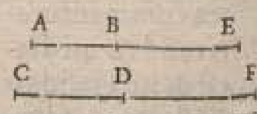


ρζ

Ἡ τῇ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιούσῃ σύμμετρος, καὶ αὐτὴ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσά ἐστιν.

Theor. 82. Propo. 107.

Linea commenſurabilis lineæ cum mediali ſuperficie faciéti totam medialem, eſt & ipſa cum mediali ſuperficie faciens totam medialem.

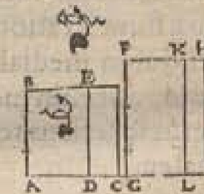


ρη

Ἀπὸ ῥητοῦ, μέσου ἀφαιρουμένου, ἡ τὸ λοιπὸν χωρίον δυναμένη, μία δύο ἀλόγων γίνεται, ἤτοι ἀποτομὴ, ἢ ἐλάττων.

Theor. 83. Propo. 108.

Si de ſuperficie rationali detrahatur ſuperficies medialis, linea quæ reliquam ſuperficiem poteſt, eſt alterutra ex duabus irrationalibus, aut Reſiduum, aut linea minor,

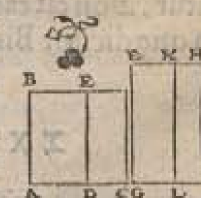


ρθ

Ἀπὸ μέσου, ῥητοῦ ἀφαιρουμένου, ἄλλαι δύο ἄλογοι γίνονται, ἤτοι μέση ἀποτομὴ πρώτη, ἢ μετὰ ῥητοῦ τὸ ὅλον ποιοῦσα.

Theor. 84. Propo. 109.

Si de ſuperficie mediali detrahatur ſuperficies rationalis, aliæ duæ irrationales fiunt, aut Reſiduum mediale primum, aut cum rationali ſuperficiem faciens totam medialem.

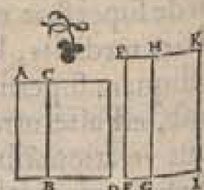


ρι

Ἀπὸ μέσου, μέσου ἀφαιρουμένου ἀσυμμέτρου τῷ ὅλῳ, αἱ λοιπαὶ δύο ἄλογοι γίνονται, ἤτοι μέση ἀποτομὴ δευτέρα, ἢ μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσα.

Theor. 85. Propo. 110.

Si de superficie mediali detrahatur superficies medialis quæ sit incōmensurabilis toti, reliquæ duæ fiunt irrationales, aut residuum mediale secundum, aut cum mediali superficie faciens totam medialem.

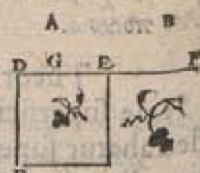


ρια

Ἡ ἀποτομὴ οὐκ ἔστιν ἡ αὐτὴ τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων.

Theor. 86. Propo. 111.

Linea quæ Residuum dicitur, non est eadem cum ea quę dicitur Binomium.



ΣΧΟ'ΛΙΟΝ.

Ἡ ἀποτομὴ καὶ αἱ μετ' αὐτὴν ἄλογοι, οὔτε τῇ μέσῃ, οὔτε ἀλλήλαις εἰσὶν αἱ αὐταί.

Τὸ μὲν γὰρ ἀπὸ μέσης παρὰ ῥητὴν παραβαλ-

λόμενον, πλάτος ποιεῖ, ῥητὴν καὶ ἀσύμμετρον τῇ παρ' ἣν παράκειται, μήκει.

Τὸ δὲ ἀπὸ ἀποτομῆς παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν πρώτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ μέσης ἀποτομῆς πρώτης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν δευτέραν.

Τὸ δὲ ἀπὸ μέσης ἀποτομῆς δευτέρας παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν τρίτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ ἐλάττονος παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν τετάρτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιούσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν πέμπτην.

Τὸ δὲ ἀπὸ τῆς μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιούσης παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, ἀποτομὴν ἕκτην.

Ἐπεὶ οὖν τὰ εἰρημένα πλάτη διαφέρει τοῦ τε πρώτου καὶ ἀλλήλων (τοῦ μὲν πρώτου, ὅτι ῥητή ἐστιν, ἀλλήλων δὲ, ὅτι τάξει οὐκ εἰσὶν αἱ αὐταί) δῆλον ὡς καὶ αὗται αἱ ἄλογοι διαφέρουσιν ἀλλήλων. καὶ ἐπεὶ δὲ δέδεικται ἡ ἀποτομὴ οὐκ οὖσα ἡ αὐτὴ τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων, ποιοῦσι δὲ πλάτη παρὰ ῥητὴν παραβαλλόμεναι μὲν αἱ μετὰ τὴν ἀποτομὴν, ἀποτομὰς ἀκολούθως τῇ τάξει κατ' αὐτὴν, αἱ δὲ μετὰ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων, τὰς ἐκ δύο ὀνομάτων, καὶ αὗται τῇ τάξει ἀκολούθως, ἕτεραι ἄρα εἰσὶν αἱ μετὰ τὴν ἀποτομὴν, καὶ ἕτεραι αἱ μετὰ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων, ὡς εἶναι τῇ τάξει πάσας ἀλόγους ιγ.

α Μέσην.
β Ἐκ δύο ὀνομάτων.
γ Ἐκ δύο μέσων πρώτην.
δ Ἐκ δύο μέσων δευτέραν.
ε Μείζονα.
ς Ῥητὸν καὶ μέσον δυναμένην.
ζ Δύο μέσα δυναμένην.
η Ἀποτομήν.
θ Μέσην ἀποτομὴν πρώτην.
ι Μέσην ἀποτομὴν δευτέραν.
ια Ἐλάττονα.
ιβ Μετὰ ῥητοῦ μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσαν.
ιγ Μετὰ μέσου μέσον τὸ ὅλον ποιοῦσαν.

SCHO-

SCHOLIVM.

Linea quæ Residuum dicitur, & cæteræ quinque eam consequentes irrationales, neque lineæ mediali neque sibi ipsæ inter se sunt eædem. Nam quadratum lineæ medialis secundum rationalem applicatum, facit alterum latus, rationalem lineam longitudine incommẽsurabilem ei, secundum quam applicatur, per 23.

Quadratum verò residui secũdum rationalem applicatum, facit alterum latus residuum primum, per 97.

Quadratum verò residui medialis primi secundum rationalem applicatum, facit alterum latus residuum secundum, per 98.

Quadratum verò residui medialis secundi, facit alterum latus residuum tertium, per 99.

Quadratum verò lineæ minoris facit alterum latus residuum quartum, per 100.

Quadratum verò lineæ cum rationali superficie facientis totam medialem, facit alterum latus residuum quintum, per 101.

Quadratum verò lineæ cum mediali superficie facientis totam medialem, secundum rationalem applicatum, facit alterum latus residuum sextum, per 102.

S

Cùm igitur dicta latera, quæ sunt latitudines cuiusque parallelogrammi vnicuique quadrato æqualis & secundum rationalem applicati, differant & à primo latere, & ipsa inter se (nam à primo differunt, quoniam est rationalis linea: inter se verò differunt, quoniam sunt residua non eiusdem ordinis) constat ipsas quoque lineas irrationales inter se differentes esse. Et quoniam demonstratum est residuum non esse idem quod Binomium, quadrata autem residui & quinque linearum irrationalium illud consequentium, secundum rationalem applicata, faciunt altera latera ex residuis eiusdem ordinis cuius sunt & residua, quorum quadrata applicantur rationali: similiter & quadrata Binomij & quinque linearum irrationalium illud consequentium, secundum rationalem applicata, faciunt altera latera ex Binomiis eiusdem ordinis cuius sunt & Binomia, quorum quadrata applicantur rationali. Ergo lineæ irrationales quæ cõsequuntur Binomium, & quæ consequuntur residuum, sunt inter se differentes. Quare dictæ lineæ omnes irrationales sunt numero 13.

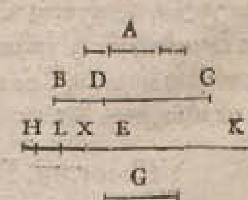
1 *Medialis.*
2 *Binomium.*
3 *Bimediale primum.*
4 *Bimediale secũdum.*
5 *Maior.*
6 *Potens rationale & mediale.*
7 *Potẽs duo medialia.*
8 *Residuum.*
9 *Residuum mediale primum.*
10 *Residuum mediale secundum.*
11 *Minor.*
12 *Faciens cum rationali superficie totam medialem.*
13 *Faciens cum mediali superficie totam medialem.*

ριβ

Τὸ ἀπὸ ῥητῆς παρὰ τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ ἀποτομήν, ἧς τὰ ὀνόματα σύμμετρά ἐστι τοῖς τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων ὀνόμασι, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ. καὶ ἔτι ἡ γινομένη ἀποτομὴ τὴν αὐτὴν ἕξει τάξιν τῇ ἐκ δύο ὀνομάτων.

Theor. 87. Propo. 112.

Quadratum lineæ rationalis secundum Binomium applicatum, facit alterum latus residuum, cuius nomina sunt commensurabilia Binomij nominibꝰ, & in eadẽ proportione: præterea id quod fit Residuum, eundem



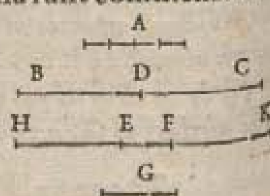
ordinem retinet quem Binomium.

ριγ

Τὸ ἀπὸ ῥητῆς παρὰ ἀποτομὴν παραβαλλόμενον, πλάτος ποιεῖ, τὴν ἐκ δύο ὀνομάτων, ἧς τὰ ὀνόματα σύμμετρά ἐστι τοῖς τῆς ἀποτομῆς ὀνόμασι, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ. ἔτι δὲ καὶ ἡ γινομένη ἐκ δύο ὀνομάτων, τὴν αὐτὴν τάξιν ἔχει τῇ ἀποτομῇ.

Theor. 88. Propo. 113.

Quadratum lineæ rationalis secundum residuum applicatum, facit alterum latus Binomium, cuius nomina sunt commensurabilia nominibus residui & in eadē proportione: præterea id quod fit Binomiū est eiusdem ordinis, cuius & Residuum.



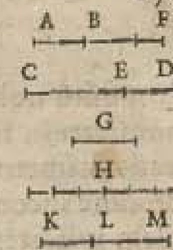
ριδ

Ἐὰν χωρίον περιέχηται ὑπὸ ἀποτομῆς καὶ τῆς ἐκ δύο ὀνομάτων, ἧς τὰ ὀνόματα σύμμετρά ἐστι τοῖς τῆς ἀποτομῆς ὀνόμασι, καὶ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ, ἡ τὸ χωρίον δυναμένη, ῥητή ἐστι.

Theor. 89. Propo. 114.

Si parallelogrammum contineatur ex resi-

duo & Binomio, cuius nomina sunt commensurabilia nominibus residui & in eadem proportione, linea quæ illam superficiem potest, est rationalis.

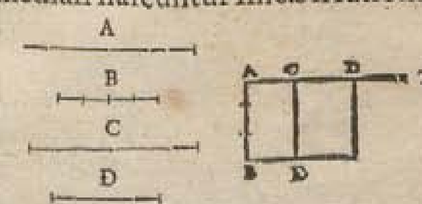


ριε

Ἀπὸ μέσης ἄπειροι ἄλογοι γίνονται, καὶ οὐδεμία οὐδεμιᾷ τῶν πρότερον ἡ αὐτή.

Theor. 90. Propo. 185.

Ex linea mediali nascuntur lineæ irrationales innumerabiles, quarum nulla vlli antè dictarum eadem sit.



ριϛ

Προκείσθω ἡμῖν δεῖξαι, ὅτι ἐπὶ τῶν τετραγώνων σχημάτων, ἀσύμμετρός ἐστιν ἡ διάμετρος τῇ πλευρᾷ μήκει.

Propo. 116.

Propositũ nobis esto demonstrare in figuris quadratis diametrum esse lõgitudine incommensurabilem ipsi lateri.

Elementi decimi finis.

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ
ΙΑ ΚΑῚ ΣΤΕΡΕΩ͂Ν
ΠΡΩ͂ΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMEN-
TVM VNDECIMVM.
ET SOLIDORVM
primum.

ὍΡΟΙ.

α

Στερεόν ἐστι, τὸ μῆκος, καὶ πλάτος, καὶ βάθος ἔχον.

DEFINITIONES.

I

Solidum est, quod longitudinem, latitudinem, & crassitudinem habet.

β

Στερεοῦ δὲ πέρας, ἐπιφάνεια.

2

Solidi autem extremum est superficies.

γ

Εὐθεῖα πρὸς ἐπίπεδον ὀρθή ἐστιν, ὅταν πρὸς πάσας τὰς ἁπτομένας αὐτῆς εὐθείας, καὶ οὔσας ἐν τῷ αὐτῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, ὀρθὰς ποιῇ γωνίας.

3

Linea recta est ad planum recta, cùm ad rectas omnes lineas, à quibus illa tangitur, quæque in proposito sunt plano, rectos angulos efficit.

δ

Ἐπίπεδον πρὸς ἐπίπεδον ὀρθόν ἐστιν, ὅταν αἱ τῇ κοινῇ τομῇ τῶν ἐπιπέδων πρὸς ὀρθὰς ἀγόμεναι εὐθεῖαι ἐν ἑνὶ τῶν ἐπιπέδων, τῷ λοιπῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ὦσιν.

4

Planum ad planum rectum est, cùm rectæ lineæ, quæ communi planorum sectioni ad rectos angulos in vno planorum ducuntur, alteri plano ad rectos sunt angulos.

ε

Εὐθείας πρὸς ἐπίπεδον κλίσις ἐστίν, ὅταν ἀπὸ τοῦ μετεώρου πέρατος τῆς εὐθείας ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον κάθετος ἀχθῇ, καὶ ἀπὸ τοῦ γενομένου σημείου, καὶ ἀπὸ τοῦ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ πέρατος τῆς εὐθείας, εὐθεῖα ἐπι-

ζευχθῇ, ἡ περιεχομένη ὀξεῖα γωνία ὑπὸ τῆς ἀχθείσης καὶ τῆς ἐφεστώσης.

5

Rectæ lineæ ad planum inclinatio, acutus est angulus ipsa insistente linea & adiuncta altera comprehensus, cùm à sublimi rectæ illius lineæ termino deducta fuerit perpendicularis, atque à puncto quod perpendicularis in ipso plano fecerit, ad propositæ illius lineæ extremum, quod in eodé est plano, altera recta linea fuerit adiuncta.

ς

Ἐπιπέδου πρὸς ἐπίπεδον κλίσις ἐστίν, ἡ περιεχομένη ὀξεῖα γωνία ὑπὸ τῶν πρὸς ὀρθὰς τῇ κοινῇ τομῇ ἀγομένων πρὸς τῷ αὐτῷ σημείῳ ἐν ἑκατέρῳ τῶν ἐπιπέδων.

6

Plani ad planum inclinatio, acutus est angulus rectis lineis contentus, quæ in vtroque planorum ad idem communis sectionis punctum ductæ, rectos ipsi sectioni angulos efficiunt.

ζ

Ἐπίπεδον πρὸς ἐπίπεδον ὁμοίως κεκλίσθαι λέγεται, καὶ ἕτερον πρὸς ἕτερον, ὅταν αἱ εἰρημέναι τῶν κλίσεων γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις ὦσι.

7

Planum similiter inclinatum esse ad planum, atque alterũ ad alterum dicitur, cùm dicti inclinationum anguli inter se sunt æquales.

η

Παράλληλα ἐπίπεδά ἐστι, τὰ ἀσύμπτωτα.

8

Parallela plana, sunt quæ eodem non incidunt, nec concurrunt.

θ

Ὅμοια στερεὰ σχήματά ἐστι, τὰ ὑπὸ ὁμοίων ἐπιπέδων περιεχόμενα ἴσων τὸ πλῆθος.

9

Similes figuræ solidæ, sunt quæ similibus planis, multitudine æqualibus continentur.

ι

Ἴσα δὲ καὶ ὅμοια στερεὰ σχήματά ἐστι, τὰ ὑπὸ ὁμοίων ἐπιπέδων περιεχόμενα ἴσων τῷ πλήθει καὶ τῷ μεγέθει.

10

Æquales & similes figuræ solidæ sunt, quæ similibus planis, multitudine & magnitudine æqualibus continentur.

ια

Στερεὰ γωνία ἐστὶν, ἡ ὑπὸ πλειόνων ἢ δύο γραμ-

μῶν ἁπτομένων ἀλλήλων καὶ μὴ ἐν τῇ αὐτῇ ἐπιφανείᾳ οὐσῶν, πρὸς πάσαις ταῖς γραμμαῖς κλίσις.

11

Solidus angulus est, plurium quàm duarum linearum, quæ se mutuò contingant, nec in eadem sint superficie, ad omnes lineas inclinatio.

Ἄλλως.

Στερεὰ γωνία ἐστὶν, ἡ ὑπὸ πλειόνων ἢ δύο ἐπιπέδων γωνιῶν περιεχομένη, μὴ οὐσῶν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, πρὸς ἑνὶ σημείῳ συνισταμένων.

Aliter.

Solidus angulus est, qui pluribus quàm duobus planis angulis in eodem non consistentibus plano, sed ad vnum punctum collectis, continetur.

ιβ

Πυραμίς ἐστι σχῆμα στερεὸν ἐπιπέδοις περιεχόμενον, ἀπὸ ἑνὸς ἐπιπέδου πρὸς ἑνὶ σημείῳ συνεστώς.

12

Pyramis, est figura solida quæ planis continetur, ab vno plano ad vnum punctum collecta.

ιγ

Πρίσμα ἐστὶ σχῆμα στερεὸν ἐπιπέδοις περιεχόμενον, ὧν δύο τὰ ἀπεναντίον ἴσα τε καὶ ὅμοιά ἐστι, καὶ παράλληλα, τὰ δὲ λοιπὰ παραλληλόγραμμα.

13

Priſma, figura eſt ſolida quæ planis continetur, quorum aduerſa duo ſunt & æqualia & ſimilia & parallela, alia verò parallelogramma.

ιδ

Σφαῖρά ἐστιν, ὅταν ἡμικυκλίου μενούσης τῆς διαμέτρου περιενεχθὲν τὸ ἡμικύκλιον, εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὸ περιληφθὲν σχῆμα.

14

Sphæra eſt figura, quæ conuerſo circumquieſcentem diametrum ſemicirculo continetur, cùm in eundem rurſus locum reſtitutus fuerit, vnde moueri cœperat.

ιε

Ἄξων δὲ τῆς σφαίρας ἐστὶν, ἡ μένουσα εὐθεῖα, περὶ ἣν τὸ ἡμικύκλιον στρέφεται.

15

Axis autem Sphæræ eſt, quieſcens illa linea circum quam ſemicirculus conuertitur.

ιϛ

Κέντρον δὲ τῆς σφαίρας ἐστὶ τὸ αὐτὸ, ὃ καὶ τοῦ ἡμικυκλίου.

16

Centrum verò Sphæræ eſt idem, quod & ſemicirculi.

ιζ

Διάμετρος δὲ τῆς σφαίρας ἐστὶν, εὐθεῖά τις διὰ τοῦ κέντρου ἠγμένη, καὶ περατουμένη ἐφ' ἑκάτερα τὰ μέρη ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

17

Diameter autem Sphæræ eſt, recta quædam linea per cẽtrum ducta, & vtrinque à Sphæræ ſuperficie terminata.

ιη

Κῶνός ἐστιν, ὅταν ὀρθογωνίου τριγώνου μενούσης πλευρᾶς τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν γωνίαν, περιενεχθὲν τὸ τρίγωνον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὸ περιληφθὲν σχῆμα. κἂν μὲν μένουσα εὐθεῖα ἴση ᾖ τῇ λοιπῇ τῇ περὶ τὴν ὀρθὴν περιφερομένῃ, ὀρθογώνιος ἔσται κῶνος. ἐὰν δὲ ἐλάττων, ἀμβλυγώνιος. ἐὰν δὲ μείζων, ὀξυγώνιος.

18

Cωnus eſt figura, quę cõuerſo circum quieſcens alterum latus eorum quæ rectum angulum continent, orthogωnio triangulo continetur, cùm in eundem rurſus locum illud triangulum reſtitutum fuerit, vnde moueri cœperat. Atque ſi quieſcens recta linea æqualis ſit alteri, quæ circum rectum angulum conuertitur, rectangulus erit Cωnus: ſin minor, amblygωnius: ſi verò maior, oxygωnius.

ιθ

Ἄξων δὲ τοῦ κώνου ἐστὶν ἡ μένουσα, περὶ ἣν τὸ τρίγωνον στρέφεται.

19

Axis autem Coni, est quiescẽs illa linea, circum quam triangulum vertitur.

κ

Βάσις δὲ, ὁ κύκλος, ὁ ὑπὸ τῆς περιφερομένης εὐθείας γραφόμενος.

20

Basis vero Coni, circulus est, qui à circunducta linea recta describitur.

κα

Κύλινδρος δὲ, ὅταν ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου μενούσης μιᾶς πλευρᾶς τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν, περιενεχθὲν τὸ παραλληλόγραμμον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὸ περιληφθὲν σχῆμα.

21

Cylindrus figura est, quæ conuerso circum quiescens alterum latus eorum quæ rectum angulum continent, parallelogrammo orthogonio comprehenditur, cùm in eundem rursus locum restitutum fuerit illud parallelogrammum, vnde moueri cœperat.

κβ

Ἄξων δὲ τοῦ κυλίνδρου, ἐστὶν ἡ μένουσα εὐθεῖα, περὶ

ἣν τὸ παραλληλόγραμμον στρέφεται.

22

Axis autem Cylindri, est quiescens illa recta linea, circum quam parallelogrammum vertitur.

κγ

Βάσεις δὲ, οἱ κύκλοι οἱ ὑπὸ τῶν ἀπεναντίον περιαγομένων δύο πλευρῶν γραφόμενοι.

23

Bases verò cylindri, sunt circuli à duobus aduersis lateribus quæ circumaguntur, descripti.

κδ

Ὅμοιοι κῶνοι καὶ κύλινδροί εἰσιν, ὧν οἵ τε ἄξονες καὶ αἱ διάμετροι τῶν βάσεων ἀνάλογόν εἰσιν.

24

Similes coni & cylindri sunt, quorum & axes & basium diametri proportionales sunt.

κε

Κύβος ἐστὶ σχῆμα στερεὸν, ὑπὸ ἓξ τετραγώνων ἴσων περιεχόμενον.

25

Cubus est figura solida, quæ sex quadratis æqualibus continetur.

κϛ

Τετράεδρόν ἐστι σχῆμα ὑπὸ τεττάρων τριγώνων ἴσων καὶ ἰσοπλεύρων περιεχόμενον.

26

Tetraëdrum est figura, quæ triangulis quatuor æqualibus & æquilateris continetur.

κζ

Ὀκτάεδρόν ἐστι σχῆμα στερεὸν, ὑπὸ ὀκτὼ τριγώνων ἴσων καὶ ἰσοπλεύρων περιεχόμενον.

27

Octaëdrum figura est solida, quæ octo triangulis æqualibus & æquilateris continetur.

κη

Δωδεκάεδρόν ἐστι σχῆμα στερεὸν, ὑπὸ δώδεκα πενταγώνων ἴσων, καὶ ἰσοπλεύρων, καὶ ἰσογωνίων περιεχόμενον.

28

Dodecaëdrum figura est solida, quæ duodecim pentagonis æqualibus, æquilateris, & æquiangulis continetur.

κθ

Εἰκοσάεδρόν ἐστι σχῆμα στερεὸν, ὑπὸ εἴκοσι τριγώνων ἴσων, καὶ ἰσοπλεύρων περιεχόμενον.

29

Eicosaëdrum figura est solida, quæ triangulis viginti æqualibus, & æquilateris continetur.

Προτάσεις.

Προτάσεις.

α

Εὐθείας γραμμῆς μέρος μέν τι οὐκ ἔστιν ἐν τῷ ὑποκειμένῳ ἐπιπέδῳ, μέρος δέ τι ἐν τῷ μετεώρῳ.

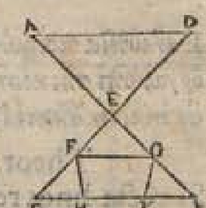
Theor. 1. Propo. 1.

Quædam rectæ lineæ pars in subiecto quidem non est plano, quædam verò in sublimi.

β

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, ἐν ἑνί εἰσιν ἐπιπέδῳ, καὶ πᾶν τρίγωνον ἐν ἑνί ἐστιν ἐπιπέδῳ.

Theor. 2. Propo. 2.

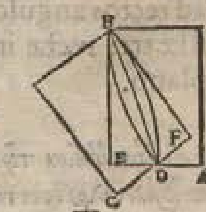


Si duæ rectæ lineæ se mutuò secent, in vno sunt plano: atque triangulũ omne in vno est plano.

γ

Ἐὰν δύο ἐπίπεδα τέμνῃ ἄλληλα, ἡ κοινὴ αὐτῶν τομὴ εὐθεῖά ἐστι.

Theor. 3. Propositio. 3.



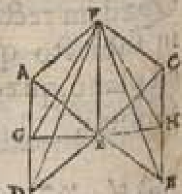
Si duo plana se mutuò secent, communis eorum sectio est recta linea.

δ

Ἐὰν εὐθεῖα δυσὶν εὐθείαις τεμνούσαις ἀλλήλας, πρὸς ὀρθὰς ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς ἐπισταθῇ, καὶ τῷ δι' αὐτῶν ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται.

Theor. 4. Propo. 4.

Si recta linea rectis duabus lineis se mutuò secantibus, in communi sectione ad rectos angulos insistat, illa ducto etiam per ipsas plano ad angulos rectos erit.

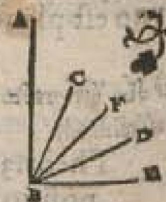


ε

Ἐὰν εὐθεῖα τρισὶν εὐθείαις ἁπτομέναις ἀλλήλων, πρὸς ὀρθὰς ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς ἐπισταθῇ, αἱ τρεῖς εὐθεῖαι ἐν ἑνί εἰσιν ἐπιπέδῳ.

Theor. 5. Propo. 5.

Si recta linea rectis tribus lineis se mutuò tangentibus, in communi sectione ad rectos angulos insistat, illæ tres rectæ in vno sunt plano.

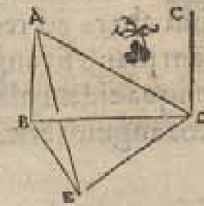


ϛ

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ὦσι, παράλληλοι ἔσονται αἱ εὐθεῖαι.

Theor. 6. Propo. 6.

Si duæ rectæ lineæ eidem plano ad rectos sint angulos, parallelæ erunt illæ rectæ lineæ.

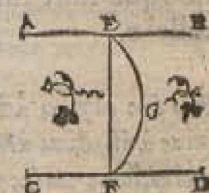


ζ

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι παράλληλοι, ληφθῇ δὲ ἐφ' ἑκατέρας αὐτῶν τυχόντα σημεῖα, ἡ ἐπὶ τὰ σημεῖα ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ἐστὶ ταῖς παραλλήλοις.

Theor. 7. Propo. 7.

Si duæ sint parallelæ rectæ lineæ, in quarum vtraque sumpta sint quęlibet puncta, illa linea quæ ad hæc puncta adiungitur, in eodem est cum parallelis plano.

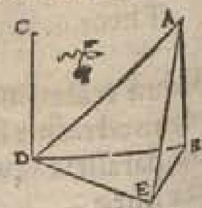


η

Ἐὰν ὦσι δύο εὐθεῖαι παράλληλοι, ἡ δὲ ἑτέρα αὐτῶν ἐπιπέδῳ τινὶ πρὸς ὀρθὰς ᾖ, καὶ ἡ λοιπὴ τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται.

Theor. 8. Propo. 8.

Si duæ sint parallelæ rectæ lineæ, quarum altera ad rectos cuidam plano sit angulos, & reliqua eidem plano ad rectos angulos erit.

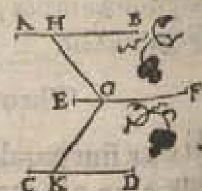


θ

Αἱ τῇ αὐτῇ εὐθείᾳ παράλληλοι, καὶ μὴ οὖσαι αὐτῇ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, καὶ ἀλλήλαις εἰσὶ παράλληλοι.

Theor. 9. Propo. 9.

Quæ eidem rectæ lineæ sunt parallelæ, sed non in eodem cum illa plano, hæ quoque sunt inter se parallelæ.

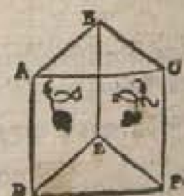


ι

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι ἁπτόμεναι ἀλλήλων παρὰ δύο εὐθείας ἁπτομένας ἀλλήλων ὦσι, μὴ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ, ἴσας γωνίας περιέξουσιν.

Theor. 10. Propo. 10.

Si duæ rectæ lineæ se mutuò tangentes ad duas rectas se mutuò tangentes sint parallelæ, non autem in eodem plano, illæ angulos æquales comprehēdent.

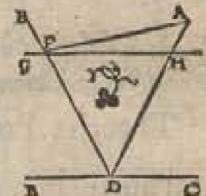


ια

Ἀπὸ τοῦ δοθέντος σημείου μετεώρου, ἐπὶ τὸ ὑποκείμενον ἐπίπεδον κάθετον εὐθεῖαν γραμμὴν ἀγαγεῖν.

Probl. 1. Propo. 11.

A dato sublimi puncto, in subiectum planum perpēdicularem rectam lineam ducere.



ιβ

Τῷ δοθέντι ἐπιπέδῳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῷ δοθέντος σημείου, πρὸς ὀρθὰς εὐθεῖαν γραμμὴν ἀναστῆσαι.

Probl. 2. Prop. 12.

Dato plano, à puncto quod in illo datum est, ad rectos angulos rectā lineam excitare.

ιγ

Τῷ δοθέντι ἐπιπέδῳ, ἀπὸ τοῦ πρὸς αὐτῷ σημείου, δύο εὐθεῖαι πρὸς ὀρθὰς οὐκ ἀναστήσονται ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη.

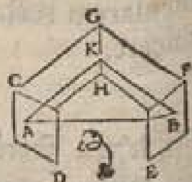
Theor.11.Propo.13.

Dato plano, à pũcto quod in illo datum eſt, duæ rectæ lineæ ad rectos angulos non excitabuntur ad eaſdem partes.

ιδ

Πρὸς ἃ ἐπίπεδα ἡ αὐτὴ εὐθεῖα ὀρθή ἐστι, παράλληλά ἐστι τὰ ἐπίπεδα.

Theor.12.Propo.14.

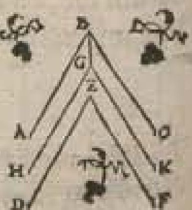


Ad quæ plana, eadem recta linea recta eſt, illa ſunt parallela.

ιε

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι ἁπτόμεναι ἀλλήλων, παρὰ δύο εὐθείας ἁπτομένας ἀλλήλων ὦσι μὴ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι, παράλληλά ἐστι τὰ δι' αὐτῶν ἐπίπεδα.

Theor.13.Propo.15.

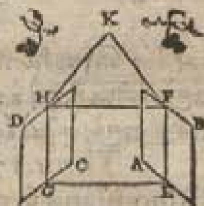


Si duæ rectæ lineæ ſe mutuò tangentes ad duas rectas ſe mutuò tãgẽtes ſint parallelæ, non in eodem conſiſtentes plano, parallela ſunt quæ per illas ducuntur plana.

ιϛ

Ἐὰν δύο ἐπίπεδα παράλληλα ὑπὸ ἐπιπέδου τινὸς τέμνηται, αἱ κοιναὶ αὐτῶν τομαὶ παράλληλοί εἰσιν.

Theor.14.Propo.16.

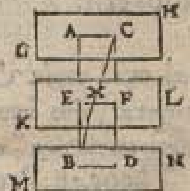


Si duo plana parallela plano quopiam ſecentur, cõmunes illorum ſectiones ſunt parallelæ.

ιζ

Ἐὰν δύο εὐθεῖαι ὑπὸ παραλλήλων ἐπιπέδων τέμνωνται, εἰς τοὺς αὐτοὺς λόγους τμηθήσονται.

Theor.15.Propo.17.



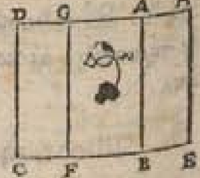
Si duæ rectæ lineæ parallelis planis ſecentur, in eaſdem rationes ſecabuntur.

ιη

Ἐὰν εὐθεῖα ἐπιπέδῳ τινὶ πρὸς ὀρθὰς ᾖ, καὶ πάντα τὰ δι' αὐτῆς ἐπίπεδα, τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται.

Theor. 16. Propo. 18.

Si recta linea plano cuipiā ad rectos sit angulos, illa etiā omnia quæ per ipsam plana, ad rectos eidem plano angulos erunt.

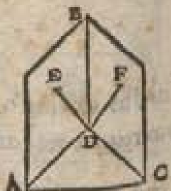


ιθ

Ἐὰν δύο ἐπίπεδα τέμνοντα ἄλληλα ἐπιπέδῳ τινὶ πρὸς ὀρθὰς ᾖ, καὶ ἡ κοινὴ αὐτῶν τομὴ τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ πρὸς ὀρθὰς ἔσται.

Theor. 17. Propo. 19.

Si duo plana se mutuò secātia plano cuidam ad rectos sint angulos, communis etiam illorum sectio ad rectos eidem plano angulos erit.

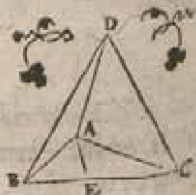


κ

Ἐὰν στερεὰ γωνία ὑπὸ τριῶν γωνιῶν ἐπιπέδων περιέχηται, δύο ὁποιαιοῦν τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι πάντη μεταλαμβανόμεναι.

Theor. 18. Propo. 20.

Si angulus solidus planis tribus angulis contineatur, ex his duo quilibet vtut assumpti tertio sunt maiores.

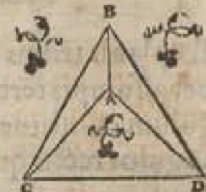


κα

Ἅπασα στερεὰ γωνία ὑπὸ ἐλασσόνων ἢ τεσσάρων ὀρθῶν γωνιῶν ἐπιπέδων περιέχεται.

Theor. 19. Propositio. 21.

Solidus omnis angulus minoribus cōtinetur, quā rectis quatuor angulis planis.

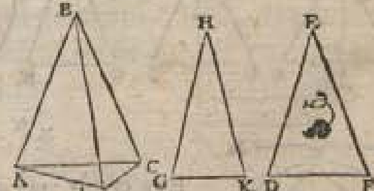


κβ

Ἐὰν ὦσι τρεῖς γωνίαι ἐπίπεδοι, ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι, πάντη μεταλαμβανόμεναι, περιέχωσι δὲ αὐτὰς ἴσαι εὐθεῖαι, δυνατόν ἐστιν ἐκ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰς ἴσας εὐθείας τρίγωνον συστήσασθαι.

Theor. 20. Propo. 22.

Si plani tres anguli æqualibus rectis contineantur lineis, quorum duo vt libet assumpti tertio sint maiores, triangulum constitui potest ex lineis æquales illas rectas coniungētibus.



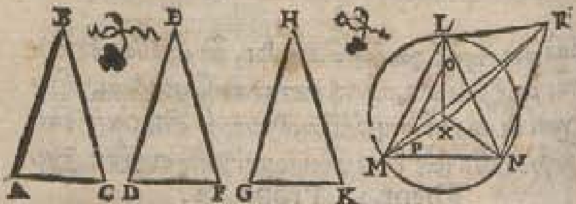
κγ

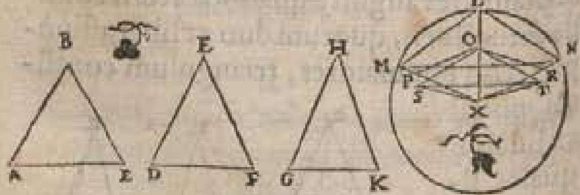
Ἐκ τριῶν γωνιῶν ἐπιπέδων, ὧν αἱ δύο τῆς λοιπῆς μείζονές εἰσι, πάντη μεταλαμβανόμεναι, στερεὰν

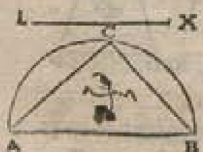
γωνίαν συστήσασθαι. δεῖ δὴ τὰς τρεῖς τεσσάρων ὀρ-
θῶν ἐλάσσονας εἶναι.

Probl.3.Propo.23.

Ex planis tribus angulis, quorum duo vt libet aſſumpti tertio ſint maiores, ſolidū angulum conſtituere. Decet autem illos tres angulos rectis quatuor eſſe minores.



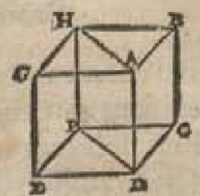




κδ

Ἐὰν στερεὸν ὑπὸ παραλλήλων ἐπιπέδων περιέχηται, τὰ ἀπεναντίον αὐτοῦ ἐπίπεδα, ἴσα τε καὶ παραλληλόγραμμά ἐστιν.

Theor.21.Propo.24.

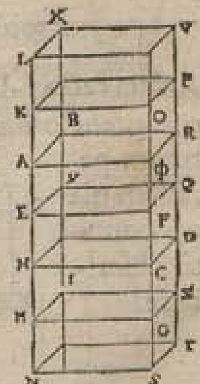


Si ſolidum parallelis planis cōtineatur, aduerſa illius plana & æqualia ſunt & parallelogramma.

κε

Ἐὰν στερεὸν παραλληλεπίπεδον ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ ὄντι τοῖς ἀπεναντίον ἐπιπέδοις, ἔσται ὡς ἡ βάσις πρὸς τὴν βάσιν, οὕτω τὸ στερεὸν πρὸς τὸ στερεόν.

Theor.22.Propoſit.25.



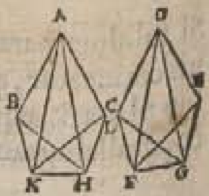
Si ſolidum parallelis planis contentum plano ſecetur aduerſus planis parallelo, erit quemadmodum baſis ad baſim, ita ſolidum ad ſolidum.

κϛ

Πρὸς τῇ δοθείσῃ εὐθείᾳ καὶ τῷ πρὸς αὐτῇ σημείῳ, τῇ δοθείσῃ στερεᾷ γωνίᾳ ἴσην στερεὰν γωνίαν συστήσασθαι.

Probl.4.Propo.27.

Ad datam rectam lineam eiúsque punctum, angulum solidum constituere solido angulo dato æqualem.

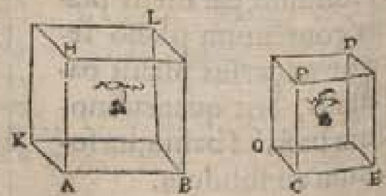


κζ

Ἀπὸ τῆς δοθείσης εὐθείας, τῷ δοθέντι στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ ὅμοιόν τε καὶ ὁμοίως κείμενον στερεὸν παραλληλεπίπεδον ἀναγράψαι.

Probl.5. Propo.27.

A data recta, dato solido parallelis planis comprehéso simile & similiter positum solidum parallelis planis contétū describere.

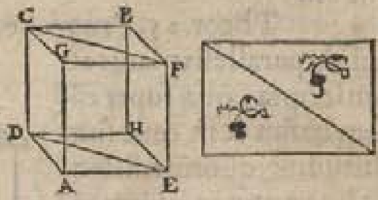


κη

Ἐὰν στερεὸν παραλληλεπίπεδον ἐπιπέδῳ τμηθῇ κατὰ τὰς διαγωνίους τῶν ἀπεναντίον ἐπιπέδων, δίχα τμηθήσεται τὸ στερεὸν ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου.

Theor.23.Propo.28.

Si solidum parallelis planis comprehésum, ducto per aduersorum planorum diagωnios plano sectum sit, illud solidū ab hoc plano bifariam secabitur.

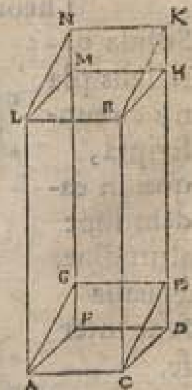


κθ

Τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα στερεὰ παραλληλεπίπεδα, καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, ὧν αἱ ἐφεστῶσαι ἐπὶ τῶν αὐτῶν εἰσὶν εὐθειῶν, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Theor.24. Propositio.29.

Solida parallelis planis comprehensa, quæ super eandem basim & in eadem sunt altitudine, quorum insistentes lineæ in iisdem collocantur rectis lineis, illa sunt inter se æqualia.

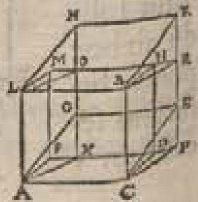


λ

Τὰ ἐπὶ τῆς αὐτῆς βάσεως ὄντα στερεὰ παραλληλεπίπεδα, καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, ὧν αἱ ἐφεστῶσαι οὐκ εἰσὶν ἐπὶ τῶν αὐτῶν εὐθειῶν, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Theor. 25. Propo. 30.

Solida parallelis planis circunscripta, quæ super eādem basim & in eadē sunt altitudine, quorū insistentes lineæ non in iisdem reperiuntur rectis lineis, illa sunt inter se æqualia.

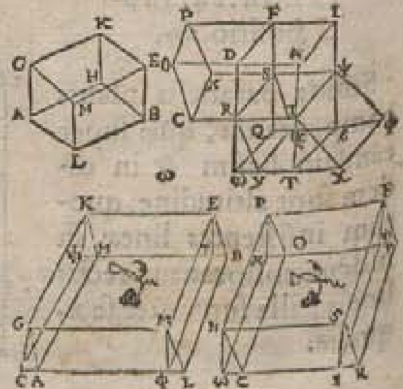


λα

Τὰ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντα στερεὰ παραλληλεπίπεδα, καὶ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, ἴσα ἀλλήλοις ἐστί.

Theor. 26. Propo. 31.

Solida parallelis planis circunscripta, quæ in eadem sunt altitudine, æqualia sunt inter se.

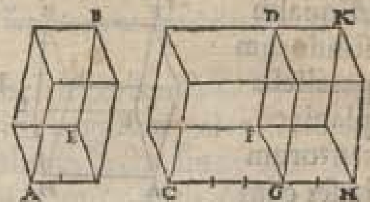


λβ

Τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα στερεὰ παραλληλεπίπεδα, πρὸς ἄλληλά ἐστιν, ὡς αἱ βάσεις.

Theor. 27. Propo. 32.

Solida parallelis planis circunscripta quæ eiusdem sunt altitudinis, eam habent inter se rationem, quam bases.

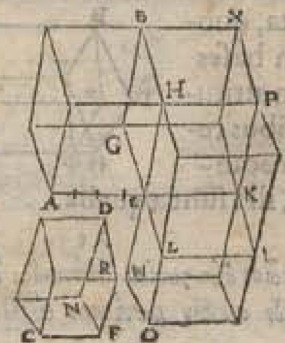


λγ

Τὰ ὅμοια στερεὰ παραλληλεπίπεδα, πρὸς ἄλληλα ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

Theor. 28. Propo. 33.

Similia solida parallelis planis circunscripta, habent inter se rationem homologorū laterum triplicatam.

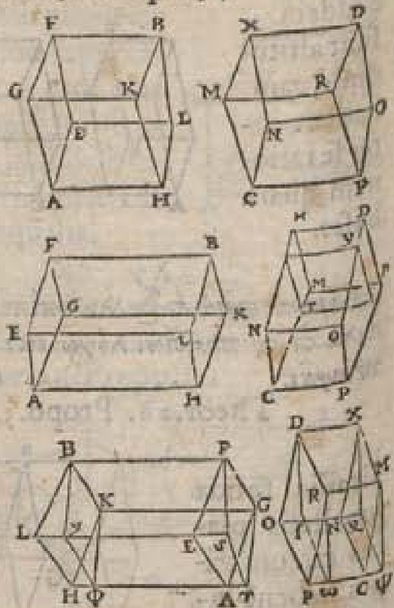


λδ

Τῶν ἴσων στερεῶν παραλληλεπιπέδων ἀντιπεπόν-
θασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι. καὶ ὧν στερεῶν παραλληλε-
πιπέδων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσα
ἐστὶν ἐκεῖνα.

Theor. 29. Propo. 34.

Æqualiũ solidorum parallelis planis cõtentorum bases cum altitudinibus reciprocantur. Et solida parallelis planis contenta, quorum bases cum altitudinibus reciprocantur, illa sunt æqualia.



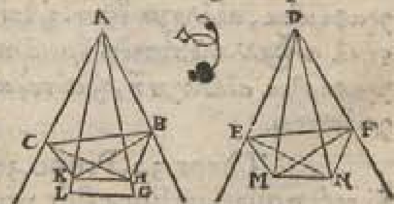
λε

Ἐὰν ὦσι δύο γωνίαι ἐπίπεδοι ἴσαι, ἐπὶ δὲ τῶν κο-
ρυφῶν αὐτῶν μετέωροι εὐθεῖαι ἐπισταθῶσιν ἴσας
γωνίας

γωνίας περιέχουσαι μετὰ τῶν ἐξ ἀρχῆς εὐθειῶν,
ἑκατέραν ἑκατέρᾳ, ἐπὶ δὲ τῶν μετεώρων ληφθῇ
τυχόντα σημεῖα, καὶ ἀπ᾽ αὐτῶν ἐπὶ τὰ ἐπίπεδα, ἐν
οἷς εἰσιν αἱ ἐξ ἀρχῆς γωνίαι, κάθετοι ἀχθῶσιν, ἀπὸ
δὲ τῶν γενομένων σημείων ὑπὸ τῶν καθέτων ἐπὶ
τοῖς ἐπιπέδοις, ἐπὶ τὰς ἐξ ἀρχῆς γωνίας ἐπιζευ-
χθῶσιν εὐθεῖαι, ἴσας γωνίας περιέξουσι μετὰ τῶν
μετεώρων.

Theor. 30. Propo. 35.

Si duo plani sint anguli æquales, quorum verticibus sublimes rectæ lineæ insistant, quæ cum lineis primò positis angulos contineant æquales, vtrunque vtrique, in sublimibus autem lineis quælibet sumpta sint puncta, & ab his ad plana, in quibus consistunt anguli primùm positi, ductæ sint perpendiculares, ab earum verò punctis, quę in planis signata fuerint, ad angulos primùm positos adiunctæ sint rectę lineę, hę cum sublimibus ęquales angulos comprehendent.



λϛ

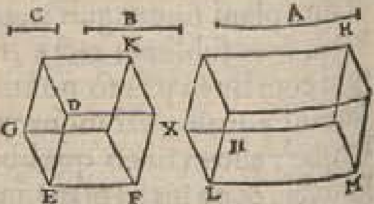
Ἐὰν τρεῖς εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, τὸ ἐκ τῶν τριῶν στερ-

V

ρεον παραλληλεπίπεδον ἴσον ἐστὶ τῷ ἀπὸ τῆς μέσης στερεῷ παραλληλεπιπέδῳ, ἰσοπλεύρῳ μὲν, ἰσογωνίῳ δὲ τῷ προειρημένῳ.

Theor. 31. Propo. 36.

Si rectæ tres lineę sint proportionales, quod ex his tribus fit solidũ parallelis planis contentum, æquale est descripto à media linea solido parallelis planis comprehenso, quod æquilaterum quidem sit, sed antedicto æquiangulum.



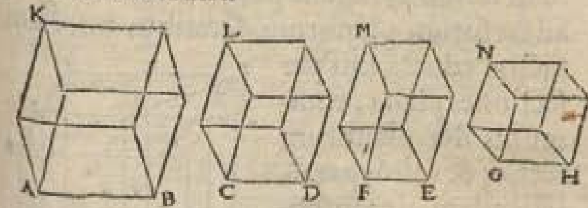
λζ

Ἐὰν τέσσαρες εὐθεῖαι ἀνάλογον ὦσι, καὶ τὰ ἀπ' αὐτῶν παραλληλεπίπεδα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενα, ἀνάλογον ἔσται. καὶ ἐὰν τὰ ἀπ' αὐτῶν στερεὰ παραλληλεπίπεδα ὅμοιά τε καὶ ὁμοίως ἀναγραφόμενα ἀνάλογον ᾖ, καὶ αὐταὶ αἱ εὐθεῖαι ἀνάλογον ἔσονται.

Theor. 32. Propo. 37.

Si rectæ quatuor lineæ sint proportionales, illa quoque solida parallelis planis contenta, quæ ab ipsis lineis & similia & similiter describuntur, proportionalia erunt. Et si

solida parallelis planis comprehensa, quæ & similia & similiter describũtur, sint proportionalia, illæ quoque rectæ lineæ proportionales erunt.

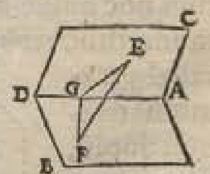


λη

Ἐὰν ἐπίπεδον πρὸς ἐπίπεδον ὀρθὸν ᾖ, καὶ ἀπό τινος σημείου τῶν ἐν ἑνὶ τῶν ἐπιπέδων ἐπὶ τὸ ἕτερον ἐπίπεδον κάθετος ἀχθῇ, ἐπὶ τῆς κοινῆς τομῆς πεσεῖται τῶν ἐπιπέδων ἡ ἀγομένη κάθετος.

Theor. 33. Propo. 38.

Si planum ad planum rectum sit, & à quodam puncto eorum quæ in vno sunt planorum perpẽdicularis ad alterum ducta sit, illa quæ ducitur perpendicularis, in communem cadet planorum sectionem.

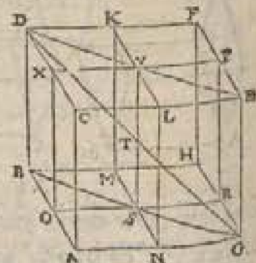


λθ

Ἐὰν στερεοῦ παραλληλεπιπέδου τῶν ἀπεναντίον ἐπιπέδων αἱ πλευραὶ δίχα τμηθῶσι, διὰ δὲ τῶν τομῶν ἐπίπεδα ἐκβληθῇ, ἡ κοινὴ τομὴ τῶν ἐπιπέδων καὶ ἡ τοῦ στερεοῦ παραλληλεπιπέδου διάμετρος, δίχα τέμνουσιν ἀλλήλας.

Theor. 34. Propo. 39.

Si in solido parallelis planis circunscripto, aduersorum planorum lateribus bifariàm sectis, educta sint per sectiones plana, communis illa planorum sectio, & solidi parallelis plani circunscripti diameter, se mutuò bifariàm secant.

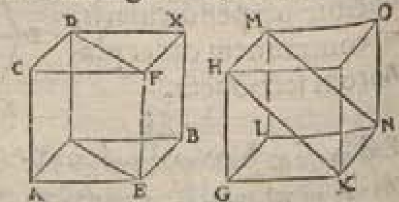


μ

Ἐὰν ᾖ δύο πρίσματα ἰσοϋψῆ, καὶ τὸ μὲν ἔχῃ βάσιν παραλληλόγραμμον, τὸ δὲ τρίγωνον, διπλάσιον δὲ ᾖ τὸ παραλληλόγραμμον τοῦ τριγώνου, ἴσα ἔσται τὰ πρίσματα.

Theor. 35. Propo. 40.

Si duo sint ęqualis altitudinis prismata, quorum hoc quidē basim habeat parallelogrāmum, illud verò triangulum, sit autem parallelogrāmum triāguli duplū, illa prismata erunt æqualia.



Elementi vndecimi finis.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΙΒ, ΚΑΙ ΣΤΕΡΕΩΝ ΔΕΥΤΕΡΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM DVODECIMVM, ET SOLIDORVM *secundum.*

Προτάσεις.

α

Τὰ ἐν τοῖς κύκλοις ὅμοια πολύγωνα πρὸς ἄλληλά ἐστιν, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα.

Theor. 1. Propo. 1.

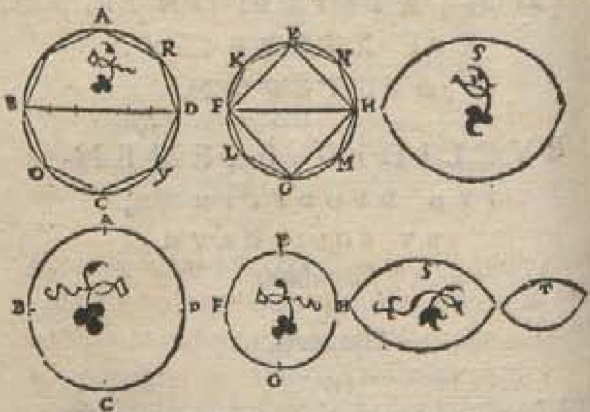
Similia quæ sunt in circulis polygωna, rationem habent inter se quā descripta à diametris quadrata.

β

Οἱ κύκλοι πρὸς ἀλλήλους εἰσίν, ὡς τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων τετράγωνα.

Theor. 2. Propo. 2.

Circuli eam inter ſe rationem habẽt, quam deſcripta à diametris quadrata.

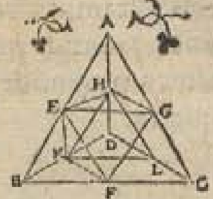


γ

Πᾶσα πυραμὶς τρίγωνον ἔχουσα βάσιν, διαιρεῖται εἰς δύο πυραμίδας ἴσας τε καὶ ὁμοίας ἀλλήλαις, τριγώνους βάσεις ἐχούσας, καὶ ὁμοίας τῇ ὅλῃ, καὶ εἰς δύο πρίσματα ἴσα, καὶ τὰ δύο πρίσματα μείζονά ἐστιν, ἢ τὸ ἥμισυ τῆς ὅλης πυραμίδος.

Theor. 3. Propo. 3.

Omnis pyramis trigωnam habens baſim, in duas diuiditur pyramidas nõ tantùm æquales & ſimiles inter ſe, ſed toti etiam pyramidi ſimiles, quarum trigωnæ ſunt baſes, atque in duo priſmata ęqualia, quę duo priſmata dimidio pyramidis totius ſunt maiora.

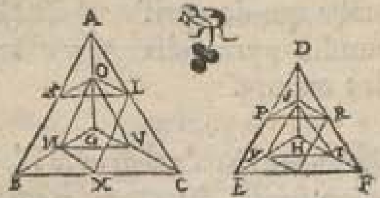


δ

Ἐὰν ὦσι δύο πυραμίδες ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος, τριγώνους ἔχουσαι βάσεις, διαιρεθῇ δὲ ἑκατέρα αὐτῶν εἴς τε δύο πυραμίδας ἴσας ἀλλήλαις καὶ ὁμοίας τῇ ὅλῃ, καὶ εἰς δύο πρίσματα ἴσα, καὶ τῶν γενομένων πυραμίδων ἑκατέρα τὸν αὐτὸν τρόπον, καὶ τοῦτο ἀεὶ γίνηται, ἔστιν ὡς ἡ τῆς μιᾶς πυραμίδος βάσις, πρὸς τὴν τῆς ἑτέρας πυραμίδος βάσιν, οὕτως καὶ τὰ ἐν τῇ μιᾷ πυραμίδι πρίσματα πάντα, πρὸς τὰ ἐν τῇ ἑτέρᾳ πυραμίδι πρίσματα πάντα ἰσοπληθῆ.

Theor. 4. Propo. 4.

Si duæ eiuſdem altitudinis pyramides trigωnas habeant baſes, ſit autem illarum vtraque diuiſa & in duas pyramidas inter ſe æquales totique ſimiles, & in duo priſmata æqualia, ac eodem modo diuidatur vtraque pyramidum quæ ex ſuperiore diuiſione natæ ſunt, ídque perpetuò fiat: quemadmodum ſe habet vnius pyramidis baſis ad alterius pyramidis basim, ita & omnia quæ in vna pyramide prismata, ad omnia quæ in altera pyramide prismata, multitudine æqualia.

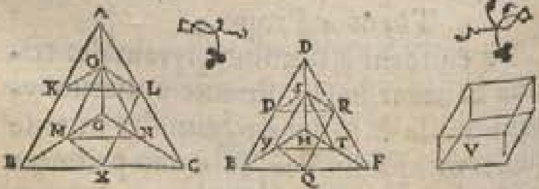


ε

Αἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος οὖσαι πυραμίδες, καὶ τριγώνους ἔχουσαι βάσεις, πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις.

Theor. 5. Propo. 5.

Pyramides eiusdẽ altitudinis, quarum trigωnæ sunt bases, eam inter se rationem habent quam ipsæ bases.

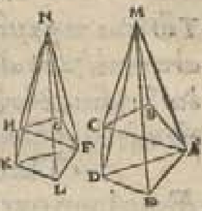


ϛ

Αἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος οὖσαι πυραμίδες, καὶ πολυγώνους ἔχουσαι βάσεις, πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις.

Theor. 6. Propo. 6.

Pyramides eiusdem altitudinis, quarum polygωnæ sunt bases, eam inter se rationem habent quam ipsæ bases.

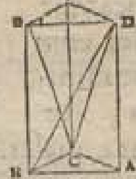


ζ

Πᾶν πρίσμα τρίγωνον ἔχον βάσιν, διαιρεῖται εἰς τρεῖς πυραμίδας ἴσας ἀλλήλαις, τριγώνους βάσεις ἐχούσας.

Theor. 7. Propo. 7.

Omne prisma trigωnã habens basim, diuiditur in tres pyramidas inter se æquales, quarum trigωnæ sunt bases.

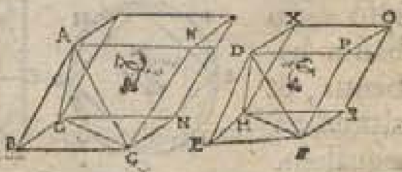


η

Αἱ ὅμοιαι πυραμίδες, καὶ τριγώνους ἔχουσαι βάσεις, ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ὁμολόγων πλευρῶν.

Theor. 8. Propo. 8.

Similes pyramides, quæ trigωnas habẽt bases, in triplicata sunt homologorum laterum ratione.

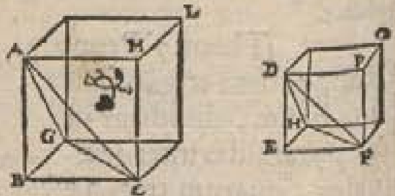


θ

Τῶν ἴσων πυραμίδων, καὶ τριγώνους βάσεις ἐχουσῶν ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι. καὶ ὧν πυραμίδων τριγώνους βάσεις ἐχουσῶν ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσαι εἰσὶν ἐκεῖναι.

Theor.9.Propo.9.

Æqualium pyramidũ & trigωnas bases habentium reciprocantur bases cum altitudinibus. Et quarum pyramidum trigωnas bases habentium reciprocantur bases cum altitudinibus, illæ sunt æquales.

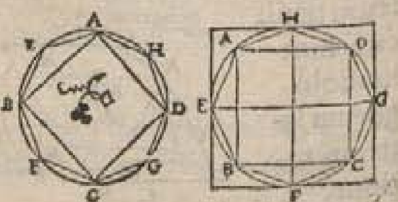


ι

Πᾶς κῶνος, κυλίνδρου τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ καὶ ὕψος ἴσον.

Theor.10.Propo.10.

Omnis cωnus tertia pars est Cylindri eandem cum ipso cωno basim habentis, & altitudinẽ æqualem.

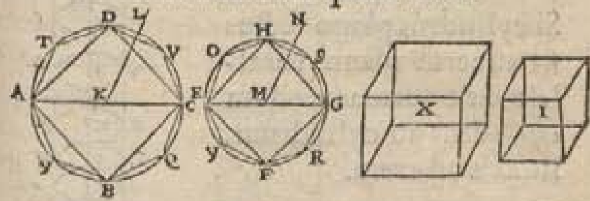


ια

Οἱ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντες κῶνοι καὶ κύλινδροι, πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις.

Theor.11.Propo.11.

Cωni & cylindri eiusdem altitudinis, eam inter se rationem habent quam bases.

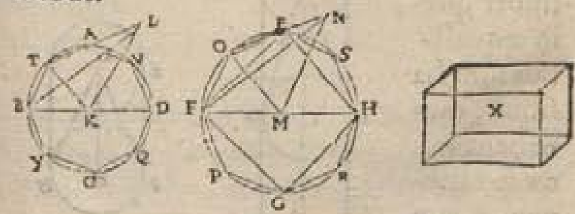


ιβ

Οἱ ὅμοιοι κῶνοι καὶ κύλινδροι, ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἐν ταῖς βάσεσι διαμέτρων.

Theor.12.Propo.12.

Similes cωni & cylindri, triplicatam habent inter se rationem diametrorum quæ sunt in basibus.



ιγ

Ἐὰν κύλινδρος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ ὄντι τοῖς ἀπεναντίον ἐπιπέδοις, ἔσται ὡς ὁ κύλινδρος πρὸς τὸν κύλινδρον, οὕτως ὁ ἄξων πρὸς τὸν ἄξονα.

Theor. 13. Proposit. 13.

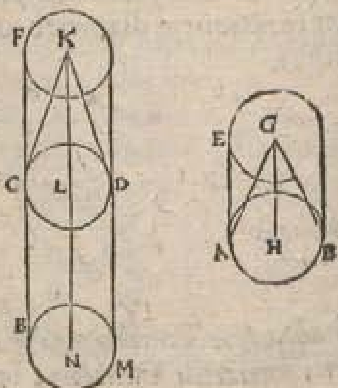
Si cylindrus plano sectus sit aduersis planis parallelo, erit quemadmodum cylindrus ad cylindrum, ita axis ad axem.

ιδ

Οἱ ἐπὶ ἴσων βάσεων ὄντες κῶνοι καὶ κύλινδροι, πρὸς ἀλλήλους εἰσὶν ὡς τὰ ὕψη.

Theor. 14. Propo. 14.

Cωni & cylindri qui in æqualibus sunt basibus, eam habent inter se rationem, quam altitudines.

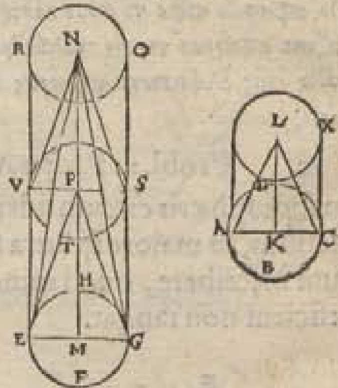


ιε

Τῶν ἴσων κώνων καὶ κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι. καὶ ὧν κώνων καὶ κυλίνδρων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσοι εἰσὶν ἐκεῖνοι.

Theor. 15. Propo. 15.

Æqualium cωnorum & cylindrorum bases cũ altitudinibus reciprocãtur. Et quorum cωnorum & cylindrorum bases cum altitudinibus reciprocãtur, illi sunt æquales.



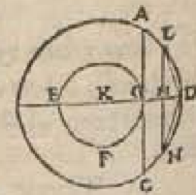
ις

Δύο κύκλων περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον ὄντων, εἰς τὸν μείζονα κύκλον, πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἀρτιόπλευρον ἐγγράψαι, μὴ ψαῦον τοῦ ἐλάσσονος κύκλου.

Probl. 1. Propo. 16.

Duobus circulis circum idem centrum

consistentibus, in maiore circulo polygωnum æqualium pariúmque laterum inscribere, quod minorem circulum non tangat.

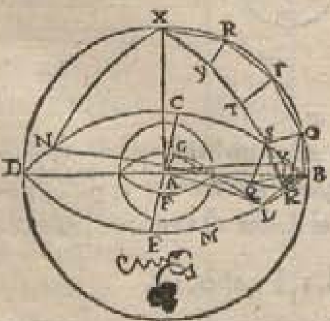


ιζ

Δύο σφαιρῶν περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον οὐσῶν, εἰς τὴν μείζονα σφαῖραν στερεὸν πολύεδρον ἐγγράψαι, μὴ ψαῦον τῆς ἐλάσσονος σφαίρας κατὰ τὴν ἐπιφάνειαν.

Probl. 2. Propo. 17.

Duabus sphæris circum idem centrum cõsistẽtibus, in maiore sphæra solidum polyedrum inscribere, quod minoris sphæræ superficiem non tangat.

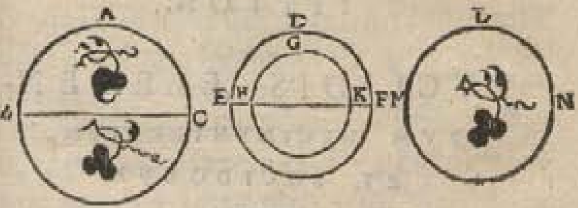


ιη

Αἱ σφαῖραι πρὸς ἀλλήλας ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἰδίων διαμέτρων.

Theor. 16. Propo. 18.

Sphæræ inter se rationem habent suarum diametrorum triplicatam.



Elementi duodecimi finis.

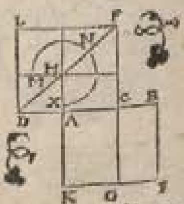
ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ
ΙΓ, ΚΑΙ ΣΤΕΡΕΩΝ
ΤΡΙΤΟΝ.

EVCLIDIS ELEMENTVM DECIMVMTERTIVM, ET SOLIDORVM *tertium.*

Προτάσεις.

α

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ τὸ μεῖζον τμῆμα προσλαβὸν τὴν ἡμίσειαν τῆς ὅλης, πενταπλάσιον δύναται τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τῆς ὅλης.



Theor. 1. Propo. 1.

Si recta linea per extremam & mediam rationem secta sit, maius segmétum quod totius lineæ dimidium

assumpserit, quintuplum potest eius quadrati, quod à totius dimidia describitur.

β

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ, τμήματος ἑαυτῆς πενταπλάσιον δύνηται, τῆς διπλασίας τοῦ εἰρημένου τμήματος ἄκρον καὶ μέσον λόγον τεμνομένης, τὸ μεῖζον τμῆμα τὸ λοιπὸν μέρος ἐστὶ τῆς ἐξ ἀρχῆς εὐθείας.

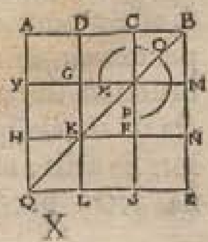
Theor. 2. Propo. 2.

Si recta linea sui ipsius segmenti quintuplū possit, & dupla segmenti huius linea per extremam & mediam rationem secetur, maius segmentum reliqua pars est lineæ primùm positæ.

γ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, τὸ ἔλασσον τμῆμα προσλαβὸν τὴν ἡμίσειαν τοῦ μείζονος τμήματος, πενταπλάσιον δύναται τοῦ ἀπὸ τῆς ἡμισείας τοῦ μείζονος, τετραγώνου.

Theor. 3. Propo. 3.



Si recta linea per extremā & mediam rationem secta sit, minus segmentū quod maioris segmenti dimidiū assumpserit, quintuplum

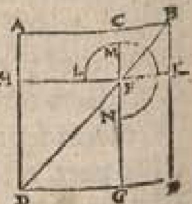
potest eius, quod à maioris segmenti dimi-
dio describitur, quadrati.

δ

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, τὸ
ἀπὸ τῆς ὅλης καὶ τοῦ ἐλάττονος τμήματος, τὰ συν-
αμφότερα τετράγωνα, τριπλάσιά ἐστι τοῦ ἀπὸ τοῦ
μείζονος τμήματος τετραγώνου.

Theor. 4. Propo. 4.

Si recta linea per extremam & mediam ra-
tionē secta sit, quod à to-
ta, quódque à minore se-
gmēto simul vtraq; qua-
drata, tripla sunt eius,
quod à maiore segmento
describitur, quadrati.

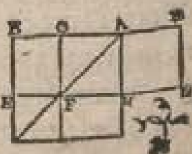


ε

Ἐὰν εὐθεῖα γραμμὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, καὶ
προστεθῇ ἴση τῷ μείζονι τμήματι, ὅλη ἡ εὐθεῖα ἄ-
κρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται, καὶ τὸ μεῖζον τμῆμά
ἐστιν, ἡ ἐξ ἀρχῆς εὐθεῖα.

Theor. 5. Propo. 5.

Si ad rectam lineam, quæ
per extremam & mediam
rationem secetur, adiun-
cta sit altera segmēto ma-
iori æqualis, tota hæc li-
nea recta per extremam



& mediam rationem secta est, estque maius
segmentum linea primùm posita.

ϛ

Ἐὰν εὐθεῖα ῥητὴ ἄκρον καὶ μέσον λόγον τμηθῇ, ἑκάτε-
ρον τῶν τμημάτων ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ἀ-
ποτομή.

Theor. 6. Propo. 6.

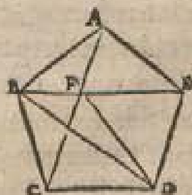
Si recta linea ῥητὴ siue rationalis, per extre-
mam & mediam rationem secta sit, vtrun-
que segmentorum ἄλο-
γος siue irrationalis est
linea, quæ dicitur Re-
siduum.

ζ

Ἐὰν πενταγώνου ἰσοπλεύρου αἱ τρεῖς γωνίαι, ἤτοι αἱ
κατὰ τὸ ἑξῆς, ἢ αἱ μὴ κατὰ τὸ ἑξῆς, ἴσαι ὦσιν, ἰσογώνιον
ἔσται τὸ πεντάγωνον.

Theor. 7. Propo. 7.

Si pentagoni æquilateri
tres sint æquales anguli,
siue qui deinceps, siue qui
non deinceps sequuntur,
illud pentagonum erit æ-
quiangulum.



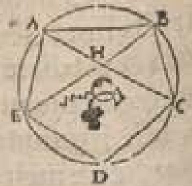
η

Ἐὰν πενταγώνου ἰσοπλεύρου καὶ ἰσογωνίου τὰς κατὰ
τὸ ἑξῆς δύο γωνίας ὑποτείνωσιν εὐθεῖαι, ἄκρον καὶ

μέσον λόγον τέμνουσιν ἀλλήλας, καὶ τὰ μείζονα αὐτῶν τμήματα ἴσα ἐστὶ τῇ τοῦ πενταγώνου πλευρᾷ.

Theor.8.Propo.8.

Si pentagωni æquilateri & æquianguli duos qui deinceps sequuntur angulos rectæ subtendant lineæ, illæ per extremam & mediam rationem se mutuò secant, earúmque maiora segméta, ipsius pétagωni lateri sunt æqualia.

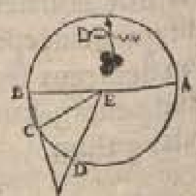


θ

Ἐὰν ἡ τοῦ ἑξαγώνου πλευρὰ καὶ ἡ τοῦ δεκαγώνου, εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένων συντεθῶσιν, ἡ ὅλη εὐθεῖα ἄκρον καὶ μέσον λόγον τέτμηται, καὶ τὸ μεῖζον αὐτῆς τμῆμα, ἐστὶν ἡ τοῦ ἑξαγώνου πλευρά.

Theor.9.Propo.9.

Si latus hexagωni & latus decagωni eidem circulo inscriptorum cóposita sint, tota recta linea per extremam & mediam rationem secta est, eiusque segmétum maius, est hexagωni latus.



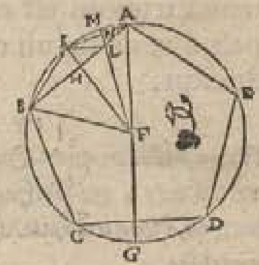
ι

Ἐὰν εἰς κύκλον πεντάγωνον ἰσόπλευρον ἐγγραφῇ,

ἡ τοῦ πενταγώνου πλευρὰ δύναται τήν τε τοῦ ἑξαγώνου καὶ τὴν τοῦ δεκαγώνου, τῶν εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένων.

Theor.10.Propo.10.

Si circulo pentagωnum æquilaterum inscriptum sit, pétagωni latus potest & latus hexagωni & latus decagωni, eidem circulo inscriptorum.

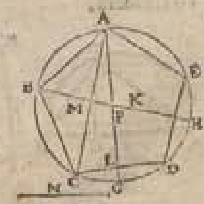


ια

Ἐὰν εἰς κύκλον ῥητὴν ἔχοντα τὴν διάμετρον, πεντάγωνον ἰσόπλευρον ἐγγραφῇ, ἡ τοῦ πενταγώνου πλευρὰ ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ἐλάσσων.

Theor.11.Propo.11.

Si in circulo ῥητὴν habente diametrum, inscriptum sit pentagωnum æquilaterum, pentagωni latus irrationalis est linea, quæ vocatur Minor.

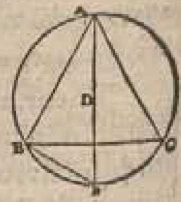


ιβ

Ἐὰν εἰς κύκλον τρίγωνον ἰσόπλευρον ἐγγραφῇ, ἡ τοῦ τριγώνου πλευρὰ, δυνάμει τριπλασίων ἐστὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου.

Theor. 12. Propo. 12.

Si in circulo inſcriptũ ſit triangulum æquilaterum, huius trianguli latus potentia triplum eſt eius lineæ, quæ ex circuli centro ducitur.

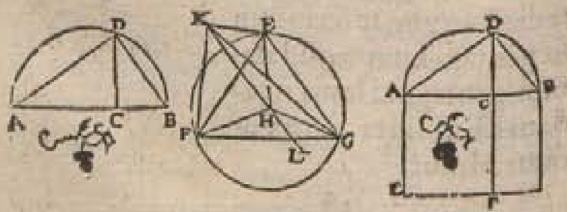


ιγ

Πυραμίδα συστήσασθαι, καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν τῇ δοθείσῃ, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος, δυνάμει ἡμιολία ἐστὶ τῆς πλευρᾶς τῆς πυραμίδος.

Probl. 1. Propo. 13.

Pyramidem cõſtituere, & data ſphera complecti, atque docere illius ſphæræ diametrũ potẽtia ſeſquialteram eſſe lateris ipſius pyramidis.



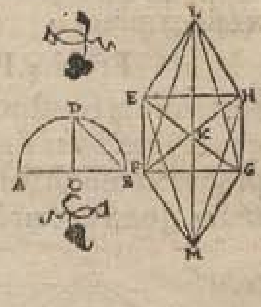
ιδ

Ὀκτάεδρον συστήσασθαι, καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν ᾗ καὶ τὴν πυραμίδα, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τῆς σφαίρας

διάμετρος δυνάμει διπλασία ἐστὶ τῆς πλευρᾶς τοῦ ὀκταέδρου.

Probl. 2. Propo. 14.

Octaëdrum conſtituere, eáque ſphæra qua pyramidem cõplecti, atque probare illius ſphæræ diametrum potentia duplã eſſe lateris ipſius octaëdri.

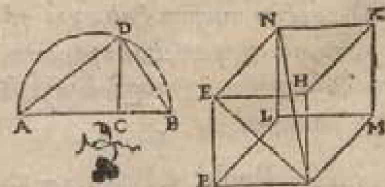


ιε

Κύβον συστήσασθαι, καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν ᾗ καὶ τὰ πρότερα, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τῆς σφαίρας διάμετρος δυνάμει τριπλῆ ἐστὶ τῆς τοῦ κύβου πλευρᾶς.

Probl. 3. Propo. 15.

Cubum conſtituere, eáque ſphæra qua & ſuperiores figuras complecti, atque docere illius ſphæræ diametrum potentia triplum eſſe lateris ipſius cubi.

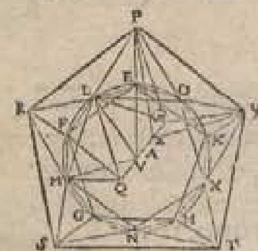


ιϛ

Εἰκοσάεδρον συστήσασθαι, καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν, ᾗ καὶ τὰ προειρημένα σχήματα, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τοῦ εἰκοσαέδρου πλευρὰ ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ἐλάττων.

Probl.4.Propo.16.

Icosaëdrum constituere, eadémque sphæra qua & antedictas figuras complecti, atque probare icosoëdri latus irrationalem esse lineam, quæ vocatur Minor.



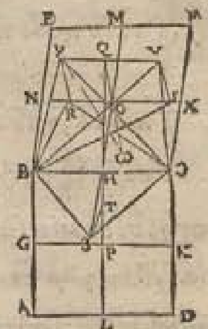
ιζ

Δωδεκάεδρον συστήσασθαι, καὶ σφαίρᾳ περιλαβεῖν, ᾗ καὶ τὰ προειρημένα σχήματα, καὶ δεῖξαι ὅτι ἡ τοῦ δωδεκαέδρου πλευρὰ ἄλογός ἐστιν, ἡ καλουμένη ἀποτομή.

Probl.5.Prop.17.

Dodecaëdrum cõstituere, eadémque sphe-

ra qua & antedictas figuras complecti, atque probare dodecaëdri latus irrationalē esse lineam, quæ vocatur Residuum.

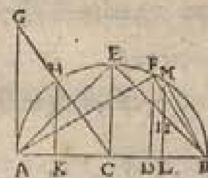


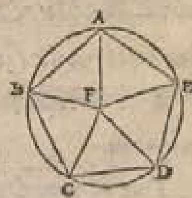
ιη

Τὰς πλευρὰς τῶν πέντε σχημάτων ἐκθέσθαι, καὶ συγκρῖναι πρὸς ἀλλήλας.

Probl.6.Propo.18.

Quinque figurarum latera proponere, & inter se cõparare.





ΣΧΟΛΙΟΝ.

Λέγω δὴ ὅτι παρὰ τὰ εἰρημένα ε σχήματα οὐ συσταθήσεται ἕτερον σχῆμα, περιεχόμενον ὑπὸ ἰσοπλεύρων τε καὶ ἰσογωνίων, ἴσων ἀλλήλοις. ὑπὸ μὲν γὰρ δύο τριγώνων, ἀλλ' οὐδὲ ἄλλων δύο ἐπιπέδων στερεὰ γωνία οὐ συσταθήσεται.

Ὑπὸ δὲ τριῶν τριγώνων, ἡ τῆς πυραμίδος.

Ὑπὸ δὲ τεσσάρων, ἡ τοῦ ὀκταέδρου.

Ὑπὸ δὲ ε͂, ἡ τοῦ εἰκοσαέδρου.

Ὑπὸ δὲ ἓξ τριγώνων ἰσοπλεύρων τε καὶ ἰσογωνίων πρὸς ἑνὶ σημείῳ συνισταμένων, οὐκ ἔσται στερεὰ γωνία. οὔσης γὰρ τῆς τοῦ ἰσοπλεύρου τριγώνου γωνίας διμοίρου ὀρθῆς, ἔσονται αἱ ἓξ τέτταρσιν ὀρθαῖς ἴσαι, ὅπερ ἀδύνατον. ἅπασα γὰρ στερεὰ γωνία ὑπὸ ἐλασσόνων ἢ τεσσάρων ὀρθῶν περιέχεται. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ οὐδὲ ὑπὸ πλειόνων ἢ ἓξ γωνιῶν ἐπιπέδων στερεὰ γωνία συνίσταται.

Ὑπὸ δὲ τετραγώνων τριῶν, ἡ τοῦ κύβου γωνία περιέχεται.

Ὑπὸ δὲ τεσσάρων, ἀδύνατον. ἔσονται γὰρ πάλιν τέσσαρες ὀρθαί.

Ὑπὸ δὲ πενταγώνων ἰσοπλεύρων καὶ ἰσογωνίων, ὑπὸ μὲν τριῶν, ἡ τοῦ δωδεκαέδρου.

Ὑπὸ δὲ τεσσάρων, ἀδύνατον. οὔσης γὰρ τῆς τοῦ ἰσοπλεύρου πενταγώνου γωνίας ὀρθῆς καὶ πέμπτου, ἔσονται αἱ τέσσαρες γωνίαι τεσσάρων ὀρθῶν μείζους,

ὅπερ ἀδύνατον. οὐδὲ μὴν ὑπὸ πολυγώνων ἑτέρων σχημάτων περισχεθήσεται στερεὰ γωνία, διὰ τὸ ἄτοπον. οὐκ ἄρα παρὰ τὰ εἰρημένα ε͂ σχήματα ἕτερον σχῆμα στερεὸν συσταθήσεται, ὑπὸ ἰσοπλεύρων καὶ ἰσογωνίων περιεχόμενον. ὅπερ ἔδει δεῖξαι.

SCHOLIVM.

Aio verò, præter dictas quinque figuras non posse aliam constitui figuram solidam, quæ planis & æquilateris & æquiangulis contineatur, inter se æqualibus. Non enim ex duobus triangulis, sed neque ex aliis duabus figuris solidus constituetur angulus.

Sed ex tribus triangulis, constat Pyramidis angulus.

Ex quatuor autem, Octaëdri.

Ex quinque verò, Icosaëdri.

Nam ex triangulis sex & æquilateris & æquiangulis ad idem punctum coeuntibus, non fiet angulus solidus. Cùm enim trianguli æquilateri angulus, recti vnius bessem contineat, erunt eiusmodi sex anguli rectis quatuor æquales. Quod fieri non potest. Nam solidus omnis angulus, minoribus quàm rectis quatuor angulis continetur, per 21. 11.

Ob easdem sanè causas, neque ex pluribus quàm planis sex eiusmodi angulus solidus constat.

Sed ex tribus quadratis, cubi angulus continetur.

Ex quinque, nullus potest. Rursus enim recti quatuor erunt.

Ex tribus autem pentagonis æquilateris & æquiangulis, Dodecaëdri angulus continetur. Sed ex quatuor, nullus potest. Cùm enim pentagoni æquilateri angulus rectus sit & quinta recti pars, erunt quatuor anguli rectis quatuor maiores. Quod fieri nequit. Nec sanè ex aliis polygonis figuris solidus angulus continebitur, quòd hinc quoque absurdum sequatur. Quamobrem perspicuum est, præter dictas quinque figuras aliam figuram solidam non posse constitui, quæ ex planis æquilateris & æquiangulis contineatur.

Elementi decimitertij finis.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΙΔ, ΚΑΙ ΣΤΕΡΕΩΝ ΤΕΤΑΡΤΟΝ,

ὡς οἴονταί τινες, ὡς ἄλλοι δὲ, ὙΨΙΚΛΕΟΥΣ Ἀλεξανδρέως, περὶ τῶν ε̄ σωμάτων, πρῶτον.

Βασιλείδης ὁ Τύριος, ὦ Πρώταρχε, παραγενηθεὶς εἰς Ἀλεξάνδρειαν, καὶ συσταθεὶς τῷ πατρὶ ἡμῶν διὰ τὴν ἀπὸ τοῦ μαθήματος συγγένειαν, συνδιέτριψεν αὐτῷ τὸν πλεῖστον τῆς ἐπιδημίας χρόνον. καί ποτε διελοῦντες τὸ ὑπὸ Ἀπολλωνίου γραφὲν περὶ τῆς συγκρίσεως τοῦ δωδεκαέδρου καὶ τοῦ εἰκοσαέδρου, τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων, τίνα λόγον ἔχει ταῦτα πρὸς ἄλληλα, ἔδοξαν ταῦτα μὴ ὀρθῶς γεγραφέναι τὸν Ἀπολλώνιον. αὐτοὶ δὲ ταῦτα διακαθάραντες, ἔγραψαν, ὡς ἦν ἀκούειν τοῦ πατρός. ἐγὼ δὲ ὕστερον πε-

περιέπεσον ἑτέρῳ βιβλίῳ ὑπὸ Ἀπολλωνίου ἐκδε-
δομένῳ, καὶ περιέχοντι ἀπόδειξιν ὑγιῶς περὶ τοῦ
ὑποκειμένου, καὶ μεγάλως ἐψυχαγωγήθην ἐπὶ τῇ
προβλήματος ζητήσει. τὸ μὲν ὑπὸ Ἀπολλωνίου
ἐκδοθὲν ἔοικε κοινῇ σκοπεῖν. καὶ γὰρ περιφέρεται.
τὸ δ᾽ ὑφ᾽ ἡμῶν δοκοῦν ὕστερον γεγραφέναι φιλο-
πόνως, ὅσα δοκεῖν, ὑπομνηματισάμενος ἔκρινα
προσφωνῆσαί σοι διὰ τὴν ἐν ἅπασι μαθήμασι,
μάλιστα δ᾽ ἐν γεωμετρίᾳ προκοπὴν ἐμπείρως κρί-
νοντι τὰ ῥηθησόμενα, διὰ δὲ τὴν πρὸς τὸν πατέρα
συνήθειαν, καὶ τὴν πρὸς ἡμᾶς εὔνοιαν, εὐμενῶς ἀκουσο-
μένῳ τῆς πραγματείας. καιρὸς δ᾽ ἂν εἴη προοι-
μίου μὲν πεπαῦσθαι, τῆς δὲ συντάξεως ἄρχεσθαι.

EVCLIDIS ELEMENTVM DECIMVMQVARTVM, VT QVIDAM ARbitrantur, vt alij verò, Hypsiclis Alexandrini, de quinque corporibus.

LIBER PRIMVS.

Basilides Tyrius, Protarche, Alexandriam profectus, patrique nostro ob disciplinæ societatem commendatus, longißimo peregrinationis tempore cum eo versatus est. Cúmque dissererent aliquando de scripta ab Apollonio comparatione Dodecaëdri & Icosaëdri eidem sphæræ inscriptorum, quam hæc inter se habeant rationem, censuerunt ea non rectè tradidisse Apollonium: quæ à se emendata, vt de patre audire erat, literis prodiderunt. Ego autem postea incidi in alterum librum ab Apollonio editum, qui demonstrationem accuratè *complecteretur de re proposita, ex eiúsque problematis indagatione magnam equidem cepi voluptatē. Illud certè ab omnibus perspici potest, quod scripsit Apollonius, cùm sit in omnium manibus. Quod autem diligenti, quantum coniicere licet, studio nos postea scripsisse videmur, id monimentis consignatum tibi nuncupandum duximus, vt qui feliciter cùm in omnibus disciplinis tum vel maximè in Geometria versatus, scitè ac prudenter iudices ea quæ dicturi sumus: ob eam verò, quæ tibi cum patre fuit, vitæ cõsuetudinem, quáque nos cõplecteris, beneuolentiam, tractationem ipsam libēter audias. Sed iam tempus est, vt proœmio modum facientes, hanc syntaxim aggrediamur.*

Προτάσεις.

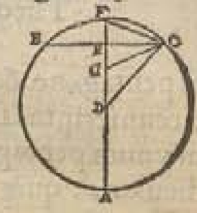
α

Ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου κύκλου τινὸς, ἐπὶ τὴν τοῦ πενταγώνου πλευρὰν, τοῦ εἰς τὸν αὐτὸν κύκλον ἐγγραφομένου κάθετος ἀγομένη, ἡμίσειά ἐστι συναμφοτέρου, τῆς τε ἐκ τοῦ κέντρου καὶ τῆς τοῦ δεκαγώνου, τῶν εἰς τὸν κύκλον ἐγγραφομένων.

Theor. 1. Propo. 1.

Perpendicularis linea, quæ ex circuli cu-

iuspiam centro in latus pentagωni ipsi circulo inscripti ducitur, dimidia est vtriusque simul lineæ, & eius quæ ex centro, & lateris decagωni in eodem circulo inscripti.

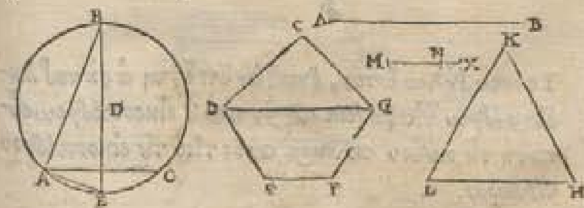


β

Ὁ αὐτὸς κύκλος περιλαμβάνει τό, τε τοῦ δωδεκαέδρου πεντάγωνον, καὶ τὸ τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνον τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων.

Theor. 2. Propo. 2.

Idem circulus comprehendit & dωdecaëdri pētagωnum & icosaëdri triangulum, eidem sphæræ inscriptorum.

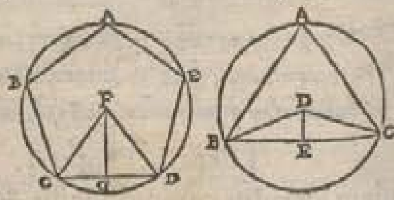


γ

Ἐὰν ᾖ πεντάγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον, καὶ περὶ τοῦτο κύκλος, καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετος ἐπὶ μίαν πλευρὰν ἀχθῇ, τὸ τριακοντάκις ὑπὸ μιᾶς τῶν πλευρῶν καὶ τῆς καθέτου, ἴσον ἐστὶ τῇ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφανείᾳ.

Theor.3.Propo.3.

Si pentagωno & æquilatero & æquiangulo circunſcriptus ſit circulus, ex cuius centro in vnum pentagωni latus ducta ſit perpendicularis: quod vno laterum & perpendiculari trigeſies contınetur, illud æquale eſt dωdecaëdri ſuperficiei.

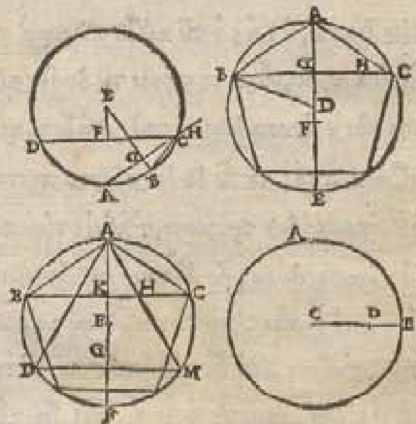


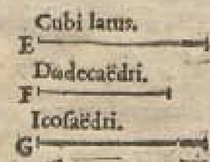
δ

Τούτου δήλου ὄντος, δεικτέον ὅτι ἔσται ὡς ἡ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου, οὕτως ἡ τῆς κύβου πλευρὰ πρὸς τὴν τῆς εἰκοσαέδρου πλευράν.

Theor.4.Propo.4.

Hoc perſpicuum cùm ſit, probandum eſt, quemadmodum ſe habet dωdecaëdri ſuperficies ad icoſaëdri ſuperficiem, ita ſe habere cubi latus ad icoſaëdri latus.





ΣΧΟΛΙΟΝ.

Δῆλον δὴ νῦν, ὅτι ὡς ἡ τοῦ κύβου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου, οὕτω τὸ στερεὸν τοῦ δωδεκαέδρου πρὸς τὸ στερεὸν τοῦ εἰκοσαέδρου. ἐπεὶ γὰρ ἴσοι κύκλοι περιλαμβάνουσι τό, τε τοῦ δωδεκαέδρου πεντάγωνον, καὶ τὸ τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνον, τῶν εἰς τὴν αὐτὴν σφαῖραν ἐγγραφομένων, ἐν δὲ ταῖς σφαίραις οἱ ἴσοι κύκλοι ἴσον ἀπέχουσιν ἀπὸ τοῦ κέντρου. αἱ γὰρ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ τὰ τῶν κύκλων ἐπίπεδα κάθετοι ἀγόμεναι, ἴσαι τε εἰσὶν καὶ ἐπὶ τὰ κέντρα τῶν κύκλων πίπτουσιν. ὥστε αἱ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου τοῦ περιλαμβάνοντος τό, τε τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνον, καὶ τὸ τοῦ δωδεκαέδρου πεντάγωνον, ἴσαι εἰσί, τουτέστιν αἱ κάθετοι. ἰσοϋψεῖς ἄρα εἰσὶν αἱ πυραμίδες αἱ βάσεις ἔχουσαι τὰ τοῦ δωδεκαέδρου πεντάγωνα, καὶ αἱ βάσεις ἔχουσαι τὰ τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνα. αἱ δὲ ἰσοϋψεῖς πυραμίδες πρὸς ἀλλήλας εἰσὶν ὡς αἱ βάσεις. ὡς ἄρα τὸ πεντάγωνον πρὸς τὸ τρίγωνον,

οὕτως ἡ πυραμὶς ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ τοῦ δωδεκαέδρου πεντάγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας, πρὸς τὴν πυραμίδα ἧς βάσις μέν ἐστι τὸ τοῦ εἰκοσαέδρου τρίγωνον, κορυφὴ δὲ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας. καὶ ὡς ἄρα δώδεκα πεντάγωνα πρὸς εἴκοσι τρίγωνα, οὕτω δώδεκα πυραμίδες πενταγώνους βάσεις ἔχουσαι πρὸς εἴκοσι πυραμίδας τριγώνους βάσεις ἐχούσας. καὶ δώδεκα πεντάγωνα ἡ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφάνειά ἐστιν, εἴκοσι δὲ τρίγωνα ἡ τοῦ εἰκοσαέδρου ἐπιφάνειά ἐστιν. ἔστιν ἄρα ὡς ἡ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου ἐπιφάνειαν, οὕτω δώδεκα πυραμίδες πενταγώνους βάσεις ἔχουσαι πρὸς εἴκοσι πυραμίδας τριγώνους βάσεις ἐχούσας. καὶ εἰσὶ δώδεκα μὲν πυραμίδες πενταγώνους βάσεις ἔχουσαι, τὸ στερεὸν τοῦ δωδεκαέδρου, εἴκοσι δὲ πυραμίδες τριγώνους βάσεις ἔχουσαι, τὸ στερεὸν τοῦ εἰκοσαέδρου. καὶ ὡς ἄρα ἡ τοῦ δωδεκαέδρου ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου, οὕτω τὸ στερεὸν τοῦ δωδεκαέδρου πρὸς τὸ στερεὸν τοῦ εἰκοσαέδρου. ὡς δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ δωδεκαέδρου πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ εἰκοσαέδρου, οὕτως ἐδείχθη ἡ τοῦ κύβου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου πλευράν. καὶ ὡς ἄρα ἡ τοῦ κύβου πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου πλευράν, οὕτω τὸ στερεὸν τοῦ δωδεκαέδρου πρὸς τὸ στερεὸν τοῦ εἰκοσαέδρου.

SCHOLIVM.

Nunc autem probandum est, quemadmodum se habet cubi latus ad Icosaëdri latus, ita se habere solidū dodecaëdri ad Icosaëdri solidum. Cùm enim æquales circuli comprehendant & dodecaëdri pētagonum & Icosaëdri triangulum, eidem sphæræ inscriptorum: in sphæris autem æquales circuli æquali interuallo distent à centro (siquidem perpendiculares à sphæræ centro ad circulorum plana ductæ & æquales sunt, & ad circulorum centra cadunt) idcirco lineæ, hoc est perpendiculares quæ à sphæræ centro ducuntur ad centrum circuli comprehendentis & triangulum Icosaëdri & pentagonū dodecaëdri, sunt æquales. Sunt igitur æqualis altitudinis Pyramides, quæ bases habent ipsa dodecaëdri pentagona, & quæ, Icosaëdri triangula. At æqualis altitudinis pyramides rationem inter se habent eam quam bases, ex 5. & 6. 11. Quemadmodum igitur pentagonum ad triangulum, ita pyramis, cuius basis quidem est dodecaëdri pentagonum, vertex autē, sphæræ centrum, ad pyramida cuius basis quidem est Icosaëdri triāgulum, vertex autē, sphæræ centrum. Quamobrem vt se habent duodecim pentagona ad viginti triāgula, ita duodecim pyramides, quorum pentagonæ sint bases, ad viginti pyramidas, quæ trigonas habeant bases. Ad pentagona duodecim sunt dodecaëdri superficies, viginti autem triangula, Icosaëdri. Est igitur vt dodecaëdri superficies ad Icosaëdri superficiem, ita duodecim pyramides, quæ pentagonas habeant bases, ad viginti pyramidas, quarum trigonæ sunt bases. Sunt autem duodecim quidem pyramides, quæ pentagonas habeant bases, solidum dodecaëdri: viginti autem pyramides, quæ trigonas habeant bases, Icosaëdri solidum. Quare ex 11. 5. vt dodecaëdri superficies ad Icosaëdri superficiem, ita solidum dodecaëdri ad Icosaëdri solidum. Vt autem dodecaëdri superficies ad Icosaëdri superficiem, ita probatum est cubi latus ad Icosaëdri latus. Quemadmodum igitur cubi latus ad Icosaëdri latus, ita se habet solidum dodecaëdri ad Icosaëdri solidum.

Elementi decimiquarti finis.

ΕΥΚΛΕΙ-
ΔΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΝ ΙΕ, ΚΑΙ ΣΤΕΡΕΩΝ ΠΕΜΠΤΟΝ,
ὡς οἴονταί τινες, ὡς ἄλλοι δὲ, ΥΨΙ-
ΚΛΕΟΥΣ Ἀλεξανδρέως,
περὶ τῶν ε̄ σωμάτων,
δεύτερον.

EVCLIDIS ELEMENTVM DECIMVMQVINTVM, ET SOLIDORVM QVINTUM,
vt nonnulli putant: vt autem alij, Hypsiclis Alexandrini, de quinque corporibus,

LIBER SECVNDVS.

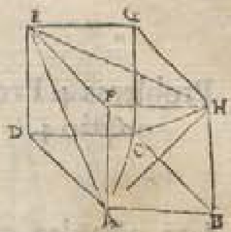
Προτάσεις.

α

Εἰς τὸν δοθέντα κύκλον πυραμίδα ἐγγράψαι.

Problema 1. Propositio 1.

In dato circulo pyramidem inscribere.

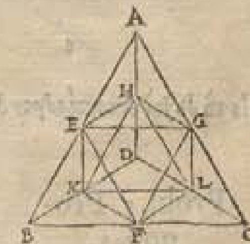


β

Εἰς τὴν δοθεῖσαν πυραμίδα ὀκτάεδρον ἐγγράψαι.

Problema 2. Proposi. 2.

In data pyramide octaëdrum inscribere.

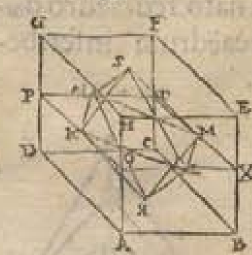


γ

Εἰς τὸν δοθέντα κύβον ὀκτάεδρον ἐγγράψαι.

Problema 3. Proposi. 3.

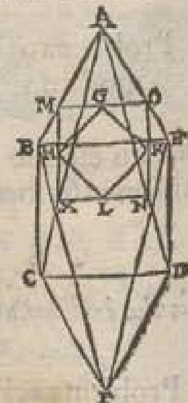
In dato cubo octaëdrũ inscribere.



δ

Εἰς τὸ δοθὲν ὀκτάεδρον κύβον ἐγγράψαι.

Problema 4. Propositio 4.

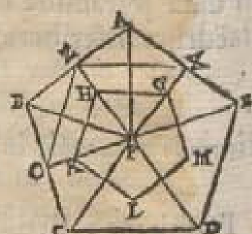


In dato octaëdro cubum inscribere.

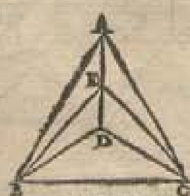
e

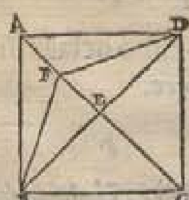
Εἰς τὸ δοθὲν εἰκοσάεδρον δωδεκάεδρον ἐγγράψαι.

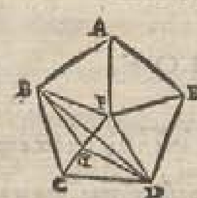
Probl. 5. Proposi. 5.

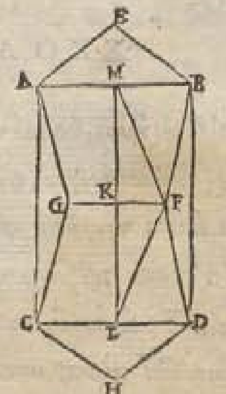


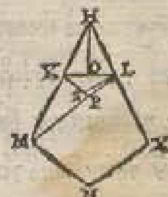
In dato Icosaëdro dωdecaëdrum inscribere.











ΣΚΟΛΙΟΝ.

Δεῖ εἰδέναι ἡμᾶς, ὅτι ἐάν τις ἐρεῖ ἡμῖν πόσας πλευρὰς ἔχει τὸ εἰκοσάεδρον, φήσομεν οὕτως. φανερὸν ὅτι ὑπὸ εἴκοσι τριγώνων περιέχεται τὸ εἰκοσάεδρον, καὶ ὅτι ἕκαστον τρίγωνον ὑπὸ τριῶν εὐθειῶν περιέχεται. δεῖ οὖν ἡμᾶς πολλαπλασιάσαι τὰ εἴκοσι τρίγωνα ἐπὶ τὰς πλευρὰς τοῦ τριγώνου, γίνεται δὲ ἑξήκοντα, ὧν ἥμισυ γίνεται τριάκοντα. ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ δωδεκαέδρου. πάλιν ἐπειδὴ δώδεκα πεντάγωνα περιέχουσι τὸ δωδεκάεδρον, πάλιν δὲ ἕκαστον πεντάγωνον ἔχει πέντε εὐθείας, ποιοῦμεν δωδεκάκις πέντε, γίνεται ἑξήκοντα. πάλιν τὸ ἥμισυ γίνεται τριάκοντα. διὰ τί δὲ τὸ ἥμισυ ποιοῦμεν, ἐπειδὴ ἑκάστη πλευρὰ, κἄντε ἢ τριγώνου, ἢ πενταγώνου, ἢ τετραγώνου, ὡς ἐπὶ κύβου, ἐκ δευτέρου λαμβάνεται. ὁμοίως δὲ τῇ αὐτῇ μεθόδῳ καὶ ἐπὶ κύβου, καὶ ἐπὶ τῆς πυραμίδος, καὶ τοῦ ὀκταέδρου τὰ αὐτὰ ποιήσας, εὑρήσεις τὰς πλευράς. εἰ δὲ βουληθείης πάλιν ἑκάστου τῶν πέντε σχημάτων εὑρεῖν τὰς γωνίας, πά-

λιν τὰ αὐτὰ ποιήσας, μέριζε παρὰ τὰ ἐπίπεδα τὰ περιέχοντα μίαν γωνίαν τοῦ στερεοῦ, οἷον ἐπειδὴ τὴν τοῦ εἰκοσαέδρου γωνίαν περιέχουσιν ε̄ τρίγωνα, μέριζε παρὰ τὰ ε̄, γίνονται δώδεκα γωνίαι τοῦ εἰκοσαέδρου. ἐπὶ δὲ τοῦ δωδεκαέδρου, τρία πεντάγωνα περιέχουσι τὴν γωνίαν, μέρισον παρὰ τὰ τρία, καὶ ἕξεις κ̄ γωνίας οὔσας τοῦ δωδεκαέδρου. ὁμοίως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν εὑρήσεις τὰς γωνίας.

Τέλος Εὐκλείδου στοιχείων.

SCHOLIVM.

Meminisse decet, si quis nos roget quot Icosaëdrum habeat latera, ita respondendum esse. Patet Icosaëdrum viginti contineri triangulis, quodlibet verò triangulum rectis tribus constare lineis. Quare multiplicanda sunt nobis viginti triangula in trianguli vnius latera, fiuntque sexaginta, quorum dimidium est triginta. Ad eundem modũ & in dodecaëdro. Cùm enim rursus duodecim pentagona dodecaëdrum comprehendant, itémque pentagonum quoduis rectis quinque cõstet lineis, quinque duodecies multiplicamus, fiũt sexaginta, quo-

rum rursus dimidium est triginta. Sed cur dimidium capimus? Quoniam vnumquodque latus siue sit trianguli siue pentagωni, siue quadrati, vt in Cubo, iteratò sumitur. Similiter autem eadem via & in cubo & in pyramide & in octaëdro latera inuenies. Quòd si item velis singularum quoque figurarum angulos reperire, facta eadem multiplicatione numerum procreatum partire in numerum planorum quæ vnum solidum angulum includunt: vt quoniam triangula quinque vnum Icosaëdri angulum cõtinent, partire 60. in quinque, nascuntur duodecim anguli Icosaëdri. In dωdecaëdro autem tria pentagωna angulum comprehendunt. partire ergo 60. in tria, & habebis dωdecaëdri angulos viginti. Atque simili ratione in reliquis figuris angulos reperies.

Finis Elementorum Euclidis.


MORS IN ME
INME VIT